

Examen de Rattrapage

Le : 12/04/2015 – Durée 1h 30mn

Exercice 1 : (4 pts)

On considère les syllogismes suivants :

- | | |
|---|---|
| a. Pierre est avocat ou professeur,
Or Pierre n'est pas avocat,
Donc Pierre est professeur. | b. Pierre est avocat ou professeur,
Or Pierre n'est pas professeur,
Donc Pierre est avocat. |
| c. Pierre est avocat ou professeur,
Or Pierre est avocat,
Donc Pierre n'est pas professeur. | d. Pierre est avocat ou professeur,
Or Pierre est professeur,
Donc Pierre n'est pas avocat. |

1) À l'aide des variables propositionnelles p et q représentant respectivement les propositions «Pierre est avocat » et «Pierre est professeur », représenter chacun des syllogismes a, b, c et d par des formules de la logique propositionnelle (à noter que la disjonction est, ici, inclusive).

2) Lesquels, parmi les syllogismes a, b, c et d, sont corrects et lesquels sont incorrects ? Justifier.

Exercice 2 : (4 pts)

Soit la fonction logique f telle $f(x,y,z) = (x \vee y) \rightarrow \neg z$.

- 1) Construire la table de vérité de f .
- 2) Donner la forme normale disjonctive de f .
- 3) Donner la forme normale conjonctive de f .
- 4) Montrer que f engendre toutes les fonctions logiques.

Exercice 3 : (8 pts)

Soient les deux formules :

$$(a) \equiv ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$$

$$\text{et } (b) \equiv (((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

- 1) À l'aide de la méthode axiomatique, et en utilisant le théorème de déduction (utilisation d'hypothèses), montrer que les deux formules (a) et (b) sont des théorèmes.
- 2) Montrer, maintenant, que (a) et (b) sont des théorèmes ; et cela par des démonstrations pures (sans utiliser d'hypothèses).

Exercice 4 : (4 pts)

À l'aide de la résolution propositionnelle, montrer que la formule F est une tautologie :

$$F = ((A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (C \rightarrow (\neg B \wedge \neg A))) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A).$$

Bon courage !