



Epreuve de Moyenne Durée

le 04/09/2019 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE 1 : (7 pts)

I) En utilisant les règles « $S \rightarrow aSbS \mid \varepsilon$ », trouver une dérivation du mot 'abaabb' à partir de S. (1 pt)

II) Soit la grammaire g, de type 1, définie par :

$$g = \langle \{a, b\}, \{S, A, B\}, S, \{S \rightarrow AB ; AB \rightarrow BA ; A \rightarrow a ; B \rightarrow b\} \rangle.$$

II-1) Trouver $L(g)$. (1 pt)

II-2) Montrer que $L(g)$ est régulier en trouvant une grammaire régulière g' qui le génère. (1 pt)

II-3) Trouver une grammaire g'' équivalente à g, et qui soit à contexte lié et pas de type 2. (1 pt)

III) Soit L un langage régulier défini sur un alphabet fini V.

On définit le langage \sqrt{L} comme suit : $\sqrt{L} = \{ u \in V^* / u.u \in L \}$.

III-1) Soit $L = \{ a^n.b^m / n, m \geq 0 \}$. Trouver \sqrt{L} . (1 pt)

III-2) Soit L un langage régulier quelconque. Montrer que \sqrt{L} est régulier. (2 pts)

EXERCICE 2 : (7 pts)

I) Trouver :

I-1) une grammaire de type 3 pour $L_1 = \{ w \in \{a, b\}^* / |w|_a \text{ impair et } |w|_b = 1 \}$; (2 pts)

I-2) une grammaire de type 2 pour $L_2 = \{ a^n.b^{2.n+1}.c^{2.m-1} / n \geq 0, m \geq 1 \}$; (2 pts)

I-3) une grammaire de type 1 ou 0 pour $L_3 = \{ a^n.b^{\lfloor \log_2 n \rfloor} / n \geq 1 \}$. ($\lfloor x \rfloor$: partie entière de x) (1,5 pts)

II) Construire un automate d'états finis simple pour le langage L_1 de I-1). (1,5 pts)

EXERCICE 3 : (6 pts)

Soit A l'automate d'états finis généralisé défini par : $\langle V^*, S, F, S_0, I \rangle$; où :

$V = \{a, b, c\}$, $S = \{S_0, S_1, S_2, S_3\}$, $F = \{S_1, S_3\}$ et $I = \{(ab, S_0, S_0), (a, S_0, S_1), (\varepsilon, S_0, S_2), (b, S_1, S_1), (b, S_1, S_2), (c, S_2, S_3), (c, S_3, S_3)\}$.

1) Dessiner le graphe représentant l'automate A. (1,5 pts)

2) Donner l'automate simple A_s équivalent à A. (1,5 pts)

3) Construire l'automate déterministe A_d équivalent à A_s . (1,5 pts)

4) Construire l'automate qui accepte le complémentaire de $L(A_d)$. (1,5 pts)

Bon courage !