Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2016/2017
$2^{ième}$ année licence – Informatique
module : Théorie des langages

Epreuve de Moyenne Durée

le 09/03/2017 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE **1** : (***4 pts***)

Donner, lorsque cela est possible, un langage vérifiant chacune des propriétés suivantes :
(il faudra justifier la vérification des propriétés par les langages donnés)

1) L_1 : langage fini et régulier. ***(1 pt)***
2) L_2 : langage infini et régulier. ***(1 pt)***
3) L_3 : langage fini et non régulier. ***(1 pt)***
4) L_4 : langage infini et non régulier. ***(1 pt)***

EXERCICE **2** : (***6 pts***)

I) Pour chacun des langages suivants, trouver des grammaires les engendrant :

I-1) $L_1 = \{ a^n.b.a^m.b \ / \ n, m \geq 0 \}$; ***(1,5 pts)***

I-2) $L_2 = \{ 0^n.w.w^R.1^n \ / \ n \geq 0 \ ; \ w \in \{a, b\}^* \}$; ***(1,5 pts)***

I-3) $L_3 = \{ a^{\frac{n\times(n+1)}{2}} \ / \ n \geq 0 \}$. ***(1,5 pts)*** (*w ∈ L_3 ssi w = a puissance (n×(n+1)/2)*)

II) Trouver un automate d'états finis acceptant le langage L_1 de I-1) de cet exercice. ***(1,5 pts)***

EXERCICE **3** : (***4 pts***)

Soient les grammaires G_1 et G_2 définies par : $G_1 = (\{a, b\}, \{S\}, S, \{ S \rightarrow aaS \mid Sbb \mid ab \mid a \mid b \mid \varepsilon \})$
et $G_2 = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, \{ S \rightarrow AB \ ; \ \ A \rightarrow aAA \mid b \ ; \ \ bB \rightarrow \varepsilon \})$.

1) Trouver $L(G_1)$ et $L(G_2)$. ***(2 pts)***
2) Montrer que $L(G_1)$ est régulier en trouvant une grammaire régulière équivalente à G_1. ***(1 pt)***
3) Montrer que $L(G_2)$ n'est pas régulier en utilisant la propriété de fermeture de la classe des langages réguliers par rapport à l'intersection. ***(1 pt)*** (*indication* : déterminer $L(G_1) \cap L(G_2)$)

EXERCICE **4** : (***6 pts***)

Soient deux automates d'états finis déterministes complets $A_1 = \langle V, S_1, F_1, S_{01}, I_1 \rangle$
et $A_2 = \langle V, S_2, F_2, S_{02}, I_2 \rangle$ qui reconnaissent respectivement les langages L_1 et L_2 sur un alphabet V.

1) On suppose que $V = \{a, b\}$ et $L_1 = \{ w \in V^* \ / \ |w|_a = 1 \bmod 2 \}$ et $L_2 = \{ w \in V^* \ / \ |w|_b = 0 \bmod 2 \}$.
Construire pour L_1 et L_2 des automates déterministes A_1 et A_2 qui les reconnaissent. ***(2 pts)***
2) On construit l'automate A_U comme suit : $A_U = \langle V, S, F, S_0, I \rangle$ avec : $S = S_1 \times S_2$,
$F = (F_1 \times S_2) \cup (S_1 \times F_2)$, $S_0 = (S_{01}, S_{02})$ et I est tel que : $(a, (S_i, S_j), (S_k, S_l)) \in I$ si et seulement si $(a, S_i, S_k) \in I_1$ et $(a, S_j, S_l) \in I_2$. Construire A_U pour l'exemple de la question précédente. ***(1 pt)***
3) Montrer que, dans le cas général, A_U est déterministe et reconnait le langage $U = L_1 \cup L_2$. ***(1 pt)***
4) Comment faut-il modifier la construction donnée pour A_U afin qu'il accepte $L_1 \cap L_2$? ***(0,5 pt)***
5) Comment faut-il modifier l'automate précédent, dans le cas général, pour obtenir un automate fini déterministe qui reconnait $L_1\text{-}L_2$? Déterminer les automates des complémentaires de L_1 et de L_2.
(1,5 pts) (*indication* : complémentaire(L) = $V^*\text{-}L$)

Bon courage !