

Epreuve de Moyenne Durée

le 07/02/2016 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE 1 : (6 pts)

Soit L l'ensemble des mots palindromes construits sur l'alphabet $\{a, b\}$, et \bar{L} son complémentaire.

- 1) Les mots suivants sont ils dans L ? il s'agit de : *abbab, baab, aaab, aba*. (2 pts)
- 2) Donner une grammaire, de type 2, qui génère L . (1,5 pts)
- 3) Caractériser les mots du langage \bar{L} . (1 pt)
- 4) Trouver une grammaire, de type 2, qui génère \bar{L} . (1,5 pts)

EXERCICE 2 : (5 pts)

Pour chacun des langages suivants, trouver des grammaires les engendrant :

- 1) $L_1 = \{ a^n.b.c^{2^{m-1}} / n \geq 0, m \geq 1 \}$; (1,5 pts)
- 2) $L_2 = \{ w \in \{a, b, c\}^* / |w|_a = |w|_c \text{ et } |w|_b \text{ quelconque} \}$; (1,5 pts)
- 3) $L_3 = \{ a^n.b^{2^n} / n \geq 0 \}$. (2 pts)

EXERCICE 3 : (6 pts)

1) Soient Aut_1 et Aut_2 deux automates simples déterministes acceptant respectivement deux langages réguliers L_1 et L_2 .

Décrire un algorithme permettant de vérifier si $L_1 = L_2$; en supposant disponibles les procédures et fonction suivantes : (1,5 pts)

- procédure $Union(A_1, A_2, A_3)$: fait l'union des deux automates A_1 et A_2 , résultat dans A_3 ;
- procédure $Inter(A_1, A_2, A_3)$: fait l'intersection de A_1 et A_2 , résultat dans A_3 ;
- procédure $Compl(A_1, A_2)$: calcule l'automate A_2 complémentaire de A_1 ;
- fonction $TestVide(A)$: teste si le langage accepté par l'automate A est vide, résultat booléen.

2) Trouver un automate d'états finis reconnaissant les chaînes de 0 et 1 représentant les nombres pairs (dans le système de numération binaire naturel). (1,5 pts)

3) Même question que 2) mais les chaînes représentent les entiers divisibles par trois (3). (1,5 pts)

4) Trouver un automate acceptant l'intersection des langages de 2) et 3) de cet exercice. (1,5 pts)

EXERCICE 4 : (3 pts)

1) En utilisant les dérivées, montrer que le langage suivant est régulier :

$$L = \{ a^n.b.c^{2^{m-1}} / n \geq 0, m \geq 1 \} \quad (1,5 \text{ pts})$$

2) Le langage : $L = \{ a^n.b.c^n / n \geq 0 \}$ est-il régulier ? Justifier. (1,5 pts)

Bon courage !