



## **Epreuve de Moyenne Durée** **+ Contrôle Continu**

Le : 22/03/2022 – Durée 1h 45mn – Document autorisé : série 2 (papier)

### **Partie EMD:**

#### **Exercice 1:** (6 pts)

On se trouve sur une île dont les habitants sont répartis en deux catégories : les purs (qui disent toujours la vérité) et les pires (qui mentent toujours). On s'intéresse à trois personnes B, C et D de cette île.

- 1) Quelqu'un demande à B : « êtes-vous pur ? ». B répond : « Si je suis pur alors je vais manger mon chapeau ». Montrer que B devra manger son chapeau. (3 pts)
- 2) B, C et D discutent ensemble. C dit « Il y a exactement un pur parmi nous trois ». D dit « Vous mentez ». Pouvez-vous dire qui est pur et qui est pire ? Justifier. (3 pts)

N.B:/ Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

#### **Exercice 2:** (6 pts)

Soient les deux formules :  $F1 = A \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow C))$

et  $F2 = (A \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow C))) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow C))$

dont on veut prouver la validité à l'aide de la méthode axiomatique.

- I) I-1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F1 est un théorème ( $\vdash F1$ ). (1,5 pts)  
I-2) Même question que I-1) pour la formule F2 ( $\vdash F2$ ). (1,5 pts)
- II) II-1) Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F1 est un théorème ( $\vdash F1$ ). (1,5 pts)  
II-2) Même question que II-1) pour la formule F2 ( $\vdash F2$ ). (1,5 pts)

#### **Exercice 3:** (8 pts)

Soit le discours suivant : « Ali est élu président ou Brahim est élu vice-président. Si Ali est élu président alors Kamel est élu trésorier. Si Brahim est élu vice-président alors Kamel est élu trésorier. Donc Kamel est élu trésorier. »

- 1) Formaliser le discours donné en utilisant les variables : (3 pts)  
a : « Ali est élu président » ; b : « Brahim est élu vice-président » ;  
c : « Kamel est élu trésorier ».
- 2) À l'aide de la résolution propositionnelle, démontrer la validité du discours donné. (5 pts)

... tourner la page ...

## **Partie Contrôle Continu:**

### **Exercice 4:** (4 pts)

Soit  $f$  la fonction logique, à 3 variables, définie par :  $f(a,b,c) = \text{SI } a \text{ ALORS } \neg b \text{ SINON } c$ .

- 1) Établir la table de vérité de  $f$ . (2 pts)
- 2) Donner la forme normale disjonctive de  $f$  la plus simplifiée possible et sa forme normale conjonctive la plus réduite possible. (2 pts)

### **Exercice 5:** (6 pts)

- 1) Montrer que l'ensemble  $\{\neg, \rightarrow\}$  est système complet de connecteurs en exprimant les autres connecteurs :  $\vee, \wedge$  et  $\leftrightarrow$  en fonction des éléments de  $\{\neg, \rightarrow\}$ . (1,5 pts)
- 2) Le symbole  $\perp$  désigne la constante logique FAUX.  
Montrer que  $\{\perp, \rightarrow\}$  est un système complet de connecteurs. (1,5 pts)
- 3) Montrer que l'ensemble  $\{\rightarrow\}$  n'est pas un système complet de connecteurs. (1,5 pts)
- 4) L'ensemble  $\{\vee, \rightarrow\}$  est-il complet ? Justifier. (1,5 pts)

**Bon courage !**