



Epreuve de Moyenne Durée **+ Contrôle Continu**

Le : 22/03/2022 – Durée 1h 45mn – Document autorisé : série 2 (papier)

Partie EMD:

Exercice 1: (6 pts)

On se trouve sur une île dont les habitants sont répartis en deux catégories : les purs (qui disent toujours la vérité) et les pires (qui mentent toujours). On s'intéresse à trois personnes B, C et D de cette île.

- 1) Quelqu'un demande à B : « êtes-vous pur ? ». B répond : « Si je suis pur alors je vais manger mon chapeau ». Montrer que B devra manger son chapeau. (3 pts)
- 2) B, C et D discutent ensemble. C dit « Il y a exactement un pur parmi nous trois ». D dit « Vous mentez ». Pouvez-vous dire qui est pur et qui est pire ? Justifier. (3 pts)

N.B:/ Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

Exercice 2: (6 pts)

Soient les deux formules : $F1 = A \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow C))$

et $F2 = (A \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow C))) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow C))$

dont on veut prouver la validité à l'aide de la méthode axiomatique.

- I) I-1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F1 est un théorème ($\vdash F1$). (1,5 pts)
I-2) Même question que I-1) pour la formule F2 ($\vdash F2$). (1,5 pts)
- II) II-1) Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F1 est un théorème ($\vdash F1$). (1,5 pts)
II-2) Même question que II-1) pour la formule F2 ($\vdash F2$). (1,5 pts)

Exercice 3: (8 pts)

Soit le discours suivant : « Ali est élu président ou Brahim est élu vice-président. Si Ali est élu président alors Kamel est élu trésorier. Si Brahim est élu vice-président alors Kamel est élu trésorier. Donc Kamel est élu trésorier. »

- 1) Formaliser le discours donné en utilisant les variables : (3 pts)
a : « Ali est élu président » ; b : « Brahim est élu vice-président » ;
c : « Kamel est élu trésorier ».
- 2) À l'aide de la résolution propositionnelle, démontrer la validité du discours donné. (5 pts)

... tourner la page ...

Partie Contrôle Continu:

Exercice 4: (4 pts)

Soit f la fonction logique, à 3 variables, définie par : $f(a,b,c) = \text{SI } a \text{ ALORS } \neg b \text{ SINON } c$.

- 1) Établir la table de vérité de f . (2 pts)
- 2) Donner la forme normale disjonctive de f la plus simplifiée possible et sa forme normale conjonctive la plus réduite possible. (2 pts)

Exercice 5: (6 pts)

- 1) Montrer que l'ensemble $\{\neg, \rightarrow\}$ est système complet de connecteurs en exprimant les autres connecteurs : \vee, \wedge et \leftrightarrow en fonction des éléments de $\{\neg, \rightarrow\}$. (1,5 pts)
- 2) Le symbole \perp désigne la constante logique FAUX.
Montrer que $\{\perp, \rightarrow\}$ est un système complet de connecteurs. (1,5 pts)
- 3) Montrer que l'ensemble $\{\rightarrow\}$ n'est pas un système complet de connecteurs. (1,5 pts)
- 4) L'ensemble $\{\vee, \rightarrow\}$ est-il complet ? Justifier. (1,5 pts)

Bon courage !