



Epreuve de Moyenne Durée

Le : 17/06/2021 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2 (papier)

Exercice 1 : (3 pts)

On considère quatre personnes Amar, Belaid, Cherif et Djamel ; ainsi que la relation $\text{Ami}(X,Y)$ telle que :

- (1) chaque personne est au moins ami avec une autre personne ;
- (2) il existe une seule personne ami avec tous les autres ;
- (3) si Amar est ami avec Cherif alors Belaid est aussi ami avec Cherif ;
- (4) Djamel est uniquement ami avec Amar.

Quelles sont les relations d'amitié entre les quatre personnes ? Justifier.

Exercice 2 : (5 pts)

Soit la fonction logique f à trois variables définie par $f(x,y,z) = (x \vee y) \rightarrow \neg z$.

- 1) Dresser la table de vérité de f . (2 pts)
- 2) Trouver la forme normale disjonctive de f . (1 pt)
- 3) Trouver la forme normale conjonctive de f . (1 pt)
- 4) Montrer que f engendre toutes les fonctions logiques. (1 pt)

Exercice 3 : (7 pts)

Soient les trois formules : $F1 = (\neg A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$

et $F2 = (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (\neg B \rightarrow C))$

et $F3 = (C \rightarrow ((A \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow B)) \rightarrow (C \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$

dont on veut prouver la validité à l'aide de la méthode axiomatique.

- I) Élaborer une déduction pour montrer que la formule $F1$ est un théorème ($\vdash F1$). (2 pts)
- II) II-1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule $F2$ est un théorème ($\vdash F2$). (1,5 pts)
II-2) Même question que II-1) pour la formule $F3$ ($\vdash F3$). (1,5 pts)
- III) III-1) Élaborer une démonstration pour montrer que la formule $F2$ est un théorème ($\vdash F2$). (1 pt)
III-2) Même question que III-1) pour la formule $F3$ ($\vdash F3$). (1 pt)

Exercice 4 : (5 pts)

1) Soient C_1 et C_2 deux clauses et C un résolvant de C_1 et C_2 . Montrer que : $C_1, C_2 \models C$. (1 pt)

2) Soit la formule $F = ((A \rightarrow (B \vee D)) \wedge (E \vee \neg(C \rightarrow (B \vee D)))) \wedge (E \rightarrow A) \rightarrow (E \vee \neg A)$.

À l'aide de la résolution propositionnelle, montrer que la formule F est une tautologie. (4 pts)

Bon courage !