Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2019/2020
2ième année licence – Informatique
module : Logique Mathématique

Epreuve de Moyenne Durée – *sujet 1*

Le : 14/10/2020 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2 (papier)

Exercice **1 :** (***4 pts***)

On considère les énoncés suivants :

(A) Si Bachir est rentré chez lui, alors Amar est allé au cinéma.
(B) Meriem est à la bibliothèque ou Bachir est rentré chez lui.
(C) Si Amar est allé au cinéma, alors Meriem est à la bibliothèque ou Bachir est rentré chez lui.
(D) Meriem n'est pas à la bibliothèque et Amar est allé au cinéma.
(E) Bachir est rentré chez lui.

1) Formaliser cet ensemble d'énoncés en calcul propositionnel en utilisant trois variables propositionnelles p, q et r. On notera A, B, C, D, E les cinq formules obtenues. ***(1,5 pts)***

2) Montrer que E est une conséquence logique de A, B, C, D :
 2-a) en utilisant les *tables de vérité* ; ***(1,5 pts)***
 2-b) en écrivant un *raisonnement en Français*. ***(1 pt)***

Exercice **2 :** (***5 pts***)

Soient les connecteurs | et ↓ définis par : $p \mid q = \neg(p \wedge q)$ et $p \downarrow q = \neg(p \vee q)$.

1) Montrer que {|} est complet en exprimant les connecteurs $\neg$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ en fonction du |. ***(2,5 pts)***
2) Montrer que {↓} est complet en exprimant | en fonction du ↓. ***(1 pt)***
3) Montrer que | et ↓ sont les seuls connecteurs binaires qui forment à eux seuls des ensembles complets de connecteurs. ***(1,5 pts)***

Exercice **3 :** (***6 pts***)

Soient les deux formules : $F1 = (\neg A \rightarrow (\neg A \rightarrow A)) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$

et $F2 = (((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

dont on veut prouver la validité à l'aide de la méthode axiomatique.

I) I-1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F1 est un théorème ($\vdash F1$). ***(1,5 pts)***
 I-2) Même question que I-1) pour la formule F2 ($\vdash F2$). ***(1,5 pts)***

II) II-1) Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F1 est un théorème ($\vdash F1$). ***(1,5 pts)***
 II-2) Même question que II-1) pour la formule F2 ($\vdash F2$). ***(1,5 pts)***

Exercice **4 :** (***5 pts***)

1) Soient C_1 et C_2 deux clauses et C un résolvant de C_1 et C_2. Montrer que : $C_1, C_2 \models C$. ***(1 pt)***
2) Soit la formule $F = ((p \rightarrow (q \wedge (r \vee s))) \wedge (\neg q \vee \neg r)) \rightarrow (p \rightarrow s)$.
 À l'aide de la résolution propositionnelle, montrer que F est une tautologie. ***(4 pts)***

Bon courage !

Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2019/2020
$2^{ième}$ année licence – Informatique
module : Logique Mathématique

Epreuve de Moyenne Durée – *sujet 2*

Le : 14/10/2020 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2 (papier)

Exercice 1 : (***4 pts***)

Soient trois personnes Ali, Said et Omar dont on connait les faits suivants :

F1 : L'un des trois est blond.

F2 : Si Ali est blond mais pas Said, alors Omar est blond.

F3 : Si Said est blond alors Ali ne l'est pas.

F4 : Soit Omar et Said sont blonds tous les deux soit ils ne sont ni l'un ni l'autre.

1) Représenter en logique des propositions les faits F1, F2, F3 et F4. ***(2 pts)***
Pour la formalisation, utiliser : A : « Ali est blond », S : « Said est blond » et O : « Omar est blond ».

2) 2-a) Par les tables de vérité, vérifier si $\Gamma = \{F1, F2, F3, F4\}$ n'est pas contradictoire (satisfiable). ***(1 pt)***
2-b) Peut-on répondre à la question suivante : Quelle(s) est (sont) la(es) personne(s) blonde(s) ? ***(1 pt)***

Exercice 2 : (***5 pts***)

Soient les connecteurs | et ↓ définis par : $p \mid q = \neg(p \wedge q)$ et $p \downarrow q = \neg(p \vee q)$.

1) Montrer que $\{\downarrow\}$ est complet en exprimant les connecteurs $\neg$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ en fonction du ↓. ***(2,5 pts)***

2) Montrer que $\{\mid\}$ est complet en exprimant ↓ en fonction du |. ***(1 pt)***

3) Montrer que | et ↓ sont les seuls connecteurs binaires qui forment à eux seuls des ensembles complets de connecteurs. ***(1,5 pts)***

Exercice 3 : (***6 pts***)

Soient les deux formules : $F1 = ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow (\neg A \rightarrow C)$

et $F2 = (\neg A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C))$

dont on veut prouver la validité à l'aide de la méthode axiomatique.

I) I-1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F1 est un théorème ($\vdash F1$). ***(1,5 pts)***
I-2) Même question que I-1) pour la formule F2 ($\vdash F2$). ***(1,5 pts)***

II) II-1) Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F1 est un théorème ($\vdash F1$). ***(1,5 pts)***
II-2) Même question que II-1) pour la formule F2 ($\vdash F2$). ***(1,5 pts)***

Exercice 4 : (***5 pts***)

1) Soient C_1 et C_2 deux clauses et C un résolvant de C_1 et C_2. Montrer que : $C_1, C_2 \vDash C$. ***(1 pt)***

2) Soit la formule $F = ((C \rightarrow (A \vee B)) \wedge \neg((B \rightarrow (A \vee D)) \rightarrow (A \wedge \neg D))) \rightarrow ((\neg A \rightarrow (D \vee B)) \rightarrow D)$.
À l'aide de la résolution propositionnelle, montrer que F est une tautologie. ***(4 pts)***

Bon courage !