Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2018/2019
$2^{ième}$ année licence – Informatique
module : Logique Mathématique

Epreuve de Moyenne Durée

Le : 12/09/2019 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2

Exercice **1** : (***8 pts***)

Soient les phrases suivantes :

A : « S'il fait jour et si les chiens aboient alors la caravane passe »

B : « Si les chiens n'aboient pas alors la caravane passe »

C : « S'il fait nuit alors la caravane ne passe pas »

D : « S'il fait jour alors la caravane passe »

1) Formaliser, dans le calcul propositionnel, chacune des phrases précédentes. ***(4 pts)***

Utiliser les variables propositionnelles suivantes :

p : « il fait jour » ; q : « les chiens aboient » ; r : « la caravane passe ».

2) Montrer que A, B, C $\vDash$ D à l'aide des tables de vérité. ***(2 pts)***

3) Montrer que A, B, C $\vDash$ D à l'aide du calcul algébrique. ***(2 pts)***

Exercice **2** : (***6 pts***)

I) Soit la formule propositionnelle $F \equiv ((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

I-1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F est un théorème. ***(2 pts)***

I-2) Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F est un théorème. ***(2 pts)***

II) Soit CPF' l'extension de CPF obtenue en ajoutant la formule :

$$(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (Ax4)$$

comme quatrième axiome.

Montrer que CPF' est inconsistant. ***(2 pts)***

Exercice **3** : (***4 pts***)

Montrer, à l'aide de la résolution propositionnelle, que la formule $G = q \rightarrow (p \rightarrow (\neg s \vee t))$ est une conséquence logique de la formule $F = (\neg p \wedge (r \rightarrow \neg s)) \vee ((q \rightarrow (r \vee t)) \wedge (s \rightarrow \neg r))$.

Exercice **4** : (***2 pts***)

Traduire la phrase suivante en formule du calcul des prédicats : « *deux entiers naturels x et y sont premiers entre eux si et seulement s'ils n'ont de diviseur commun que l'entier 1 (cas particulier : 1 est premier avec tout entier ; 0 est uniquement premier avec 1)* ».

N.B: Les prédicats à utiliser sont uniquement les trois suivants :

P(x,y) : x et y premiers entre eux ; E(x) : x entier naturel ; M(u,v) : u est multiple de v.

Bon courage !