Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2017/2018
$2^{ième}$ année licence – Informatique
module : Logique Mathématique

Epreuve de Moyenne Durée

Le : 01/03/2018 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2

Exercice **1 :** (***4 pts***)

Dire, en justifiant, si les formules suivantes sont des tautologies ? si elles sont satisfiables ?

a) $(\neg A \vee B) \rightarrow (A \wedge \neg B)$ ***(1 pt)***

b) $(A \vee B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow C))$ ***(1 pt)***

c) $(((A \rightarrow B) \wedge C) \rightarrow \neg C) \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$ ***(1 pt)***

d) Si « 1+1 = 3 » alors « 1+1 = 2 » ***(1 pt)***

Exercice **2 :** (***4 pts***)

Quatre internautes A, B, C et D sont sortis de cybercafés, et ont fait chacun une déclaration :

A : « J'ai chaté avec B et C et D » ; (chater = discuter en ligne)

B : « J'ai chaté avec A et C mais pas avec D » ;

C : « J'ai chaté avec A et B mais pas avec D » ;

D : « J'ai chaté avec B mais pas avec A ni avec C ».

Sachant que chaque internaute a menti une et une seule fois dans sa déclaration, et que B a chaté avec D et aussi que C n'a pas chaté avec D, qui a réellement chaté avec qui ?

Exercice **3 :** (***7 pts***)

I) Soient les formules propositionnelles suivantes (dont on veut prouver la validité à l'aide de la méthode axiomatique) : $F1 \equiv (B \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)) \rightarrow (B \rightarrow A)$

$F2 \equiv (C \rightarrow ((A \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow B)) \rightarrow (C \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$

I-1) Montrer que F1 et F2 sont des théorèmes ; en utilisant des hypothèses (application du théorème de déduction). ***(3 pts)***

I-2) Montrer que F1 et F2 sont des théorèmes ; sans utiliser des hypothèses. ***(3 pts)***

II) Montrer que, dans CPF, on a :

(il existe une fbf A tel que $\vdash A$ et $\vdash \neg A$) si et seulement si (pour toute fbf B, on a : $\vdash B$). ***(1 pt)***

Exercice **4 :** (***3 pts***)

Montrer, à l'aide de la résolution propositionnelle, que p est une conséquence logique de la formule $F = (p \vee (q \wedge r)) \wedge (q \rightarrow \neg r)$ (c'est-à-dire : $F \vDash p$).

Exercice **5 :** (***2 pts***)

Soit (G,*****) un groupe. Traduire les phrases suivantes en formules du calcul des prédicats :

a) Il y a au moins un idempotent.

b) Il y a au moins deux idempotents.

c) Il y a au plus deux idempotents.

d) Il y a exactement deux idempotents.

On pourra noter « **I(x)** » la formule « **x * x = x** », exprimant que **x** est idempotent.

Bon courage !