Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2016/2017
2ième année licence – Informatique
module : Logique Mathématique

Epreuve de Moyenne Durée

Le : 16/03/2017 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2

Exercice 1 : (*6 pts*)

Une trousse d'écolier contient quatre stylos. On utilisera des variables C*i* : couleur du stylo *i*, *i*=1,..,4.

1) Dans chacun des cas suivants, écrire une formule de logique propositionnelle F_i, i=1,..,4 représentant chacune des phrases suivantes : (On utilisera des relations d'égalité/différence binaires entre les C*i*)

1-a) F_1: « Le 1er stylo et le 2ième stylo sont de couleurs différentes. » ***(1 pt)***

1-b) F_2: « Tous les stylos de la trousse sont de couleurs différentes. » ***(1 pt)***

1-c) F_3: « Il existe au moins deux stylos de couleurs différentes. » ***(1 pt)***

1-d) F_4: « Si le 1er stylo est *bleu* il y a exactement un autre stylo *vert* parmi les trois autres stylos. » ***(1 pt)***

2) A-t-on les conséquences logiques suivantes :

2-a) (C1 = bleu), $F_4 \vDash F_3$? ***(1 pt)***

2-b) (C1=bleu), $F_4 \vDash F_2$? ***(1 pt)***

Exercice 2 : (*5 pts*)

On considère le connecteur ternaire If défini comme :

If(A,B,C) = **if** A **then** B **else** C qui est égal à $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$.

Une formule écrite uniquement avec if, then, else, les constantes $\top$, $\bot$ et les variables est dite if-expression.

1) Montrer que toute formule du calcul propositionnel est équivalente à une if-expression. ***(1,5 pts)***

2) Montrer que les formules F et G ci-dessous sont équivalentes : ***(1,5 pts)***

F ≡ **if** (**if** A **then** B **else** C) **then** B' **else** C'

G ≡ **if** A **then** (**if** B **then** B' **else** C') **else** (**if** C **then** B' **else** C')

3) On dit qu'une if-expression est simple si la condition (c-à-d la sous-formule écrite entre **if** et **then**) est toujours une variable. Montrer qu'on peut transformer toute if-expression en une if-expression simple. ***(1 pt)***

4) On dit qu'une if-expression est normale si elle est simple et si pour toute sous-expression de la forme (**if** X **then** B **else** C), la variable X n'apparait ni dans B ni dans C. Montrer qu'on peut transformer toute if-expression en une if-expression normale équivalente. ***(1 pt)***

Exercice 3 : (*6 pts*)

Montrer, en utilisant la méthode axiomatique, que les formules F1, F2, F3 suivantes sont des théorèmes :

1) $F1 \equiv (((A \to B) \to B) \to B) \to (A \to B)$

2) $F2 \equiv (C \to ((A \to (C \to B)) \to B)) \to (C \to (\neg A \to B))$

3) $F3 \equiv A \to ((B \to (A \to ((A \to B) \to C))) \to ((A \to B) \to C))$

Exercice 4 : (*3 pts*)

À l'aide de la résolution propositionnelle, montrer que la formule F est une tautologie :

$F \equiv ((A \to (B \vee C)) \wedge (C \to (\neg B \wedge \neg A))) \to (A \to ((C \vee A) \to B))$.

Bon courage !