Université Abou Bekr Belkaïd – Tlemcen
Faculté des Sciences
Département d'Informatique

Année universitaire 2015-2016
2ème année Licence Informatique
Théorie des langages

Contrôle continu – Corrigé-type

16 Novembre 2015
Durée : 1h

Exercice n° 01 : Proposer (sans démonstration) une grammaire qui permet d'engendrer chacun des langages suivants :

- **a.** $\mathbf{L_1} = \{a^n b^n (c \mid d)^* \text{ pour } n \geq 0\}$.
- **b.** $\mathbf{L_2} = \{a^n (c \mid d)^* b^n \text{ pour } n \geq 0\}$.
- **c.** $\mathbf{L_3} = \{w \in \{0, 1, 2, 3, 4\}^* \text{ tel que } w \text{ est divisible par } 2\}$. **Remarque :** Le nombre w est divisible par 2 s'il termine par 0, 2, ou 4.
- **d.** $\mathbf{L_4} = \{w \in \{a, b, c, d\}^* \text{ tel que } w \text{ est palindrome}\}$. **Remarque :** Le mot vide est palindrome.

Exercice n° 02 : Considérons la grammaire $\mathbf{G_1}$ définie comme suit :

$$\mathbf{G_1} = (\{a, +, =\}, \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\}, \mathbf{A}, \{\ \mathbf{A} \to a\mathbf{A}a \mid a\mathbf{B}a,\ \mathbf{B} \to +\mathbf{C},\ \mathbf{C} \to a\mathbf{C}a \mid a{=}a\})$$

- **a.** Montrer si les mots suivants peuvent être générés ou pas par $\mathbf{G_1}$:

  (1) **a+a=aa**, (2) **aa+a=aaa**, (3) **a+aa=a**

- **b.** En déduire le langage $\mathbf{L(G_1)}$ engendré par cette grammaire.
- **c.** On modifie la grammaire $\mathbf{G_1}$ comme suit :

$$\mathbf{G_1} = (\{a, +, =\}, \{\mathbf{C}\}, \mathbf{C}, \{\mathbf{C} \to a\mathbf{C}{+}a \mid a{=}a\})$$

Que devient le langage $\mathbf{L(G_1)}$ après cette modification?

Bon courage

-Corrigé-type

Exercice n° 01 : (8 pts)

a. $G_1 = \left(\{a,b,c,d\}, \{S_1, S_2, S_3\}, S_1, \begin{cases} S_1 \to S_2 S_3 \\ S_2 \to a S_2 b \mid \varepsilon \\ S_3 \to c S_3 \mid d S_3 \mid \varepsilon \end{cases} \right).$ (2 pts)

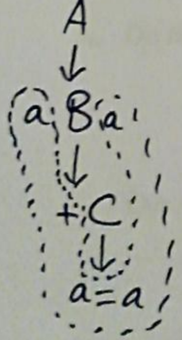
b. $G_2 = \left(\{a,b,c,d\}, \{S_1, S_2\}, S_1, \begin{cases} S_1 \to a S_1 b \mid S_2 \\ S_2 \to c S_2 \mid d S_2 \mid \varepsilon \end{cases} \right).$ (2 pts)

c. $G_3 = \left(\{0,1,2,3,4\}, \{S_1, S_2\}, S_1, \begin{cases} S_1 \to S_2 0 \mid S_2 2 \mid S_2 4 \\ S_2 \to 0 S_2 \mid 1 S_2 \mid 2 S_2 \mid 3 S_2 \mid 4 S_2 \mid \varepsilon \end{cases} \right).$ (2 pts)

d. $G_4 = \left(\{a,b,c,d\}, \{S_1\}, S_1, \begin{cases} S_1 \to a S_1 a \mid b S_1 b \mid c S_1 c \mid d S_1 d \mid \varepsilon \\ \quad \mid a \mid b \mid c \mid d \end{cases} \right).$ (2 pts)

Exercice n° 02 :

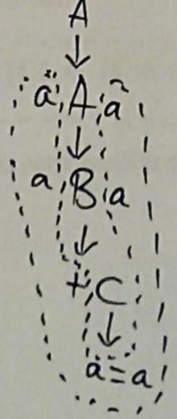
a. 1) $a+a=aa$



D'où $a+a=aa \in L(G_1)$.

(2 pts)

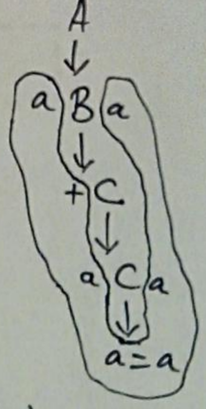
2) $aa+a=aaa$



D'où $aa+a=aaa \in L(G_1)$

(2 pts)

3) $a+aa=a$



(*)

À chaque fois que l'on génère un $\boxed{a}$ avant le $\boxed{=}$ on génère un $\boxed{a}$ après.

$a+aa=a \notin L(G_1)$ car : À chaque fois que l'on génère un $\boxed{a}$ avant le $\boxed{=}$ on doit générer un $\boxed{a}$ après le $\boxed{=}$ comme le montre l'arbre de dérivation (*) : $a+aa$ génère 3 $\boxed{a}$ après le $\boxed{=}$ et non pas un seul donc impossible de générer $\boxed{a+aa=a}$.

2 pts

b. $L(G_1) = \left\{ a^n + a^m = a^{n+m} / n,m \geqslant 1 \right\}$. 3 pts

c. $L(G_2) = \left\{ (a)^n a = a(+a)^n / n \geqslant 0 \right\}$. 3 pts