Université Abou Bekr Belkaïd – Tlemcen
Faculté des Sciences
Département d'Informatique

Année universitaire 2014-2015
2ème année Licence Informatique
Théorie des langages

Contrôle continu

16 décembre 2014
Durée : 1h

<u>Rappel :</u> **.** $|w|_a$ dénote le nombre de répétitions du symbole $\boldsymbol{a}$ dans le mot $\boldsymbol{w}$.

. $\boldsymbol{a}^*$ dénote <u>zéro</u> ou plusieurs répétitions du symbole $\boldsymbol{a}$ ($\boldsymbol{a}^* = \{\varepsilon, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{aa}, \boldsymbol{aaa}, \ldots\}$).

. $\boldsymbol{a}^+$ dénote <u>une</u> ou plusieurs répétitions du symbole $\boldsymbol{a}$ ($\boldsymbol{a}^+ = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{aa}, \boldsymbol{aaa}, \ldots\}$).

. **L(*G*)** est le langage engendré par la grammaire ***G***.

<u>Exercice n° 01 :</u> Donnez les grammaires qui engendrent les langages suivants :

a. $\mathbf{L_1}$: Tous les mots sur $\{a, b\}$ qui commencent par le symbole a.
b. $\mathbf{L_2}$: Tous les mots sur $\{a, b\}$ qui commencent et terminent par le symbole a.

<u>Exercice n° 02 :</u> Considérons les grammaires $\mathbf{G_1}$ et $\mathbf{G_2}$ définies comme suit :

$$\mathbf{G_1} = (\{a, b, c, d\}, \{\mathbf{S}, \mathbf{A}, \mathbf{B}\}, \mathbf{S}, \{\mathbf{S} \to a\mathbf{A},\ \mathbf{A} \to a\mathbf{B},\ \mathbf{B} \to a\mathbf{B} \mid b\mathbf{B} \mid c\mathbf{B} \mid d\})$$

$$\mathbf{G_2} = (\{a, b\}, \{\mathbf{S}, \mathbf{A}, \mathbf{B}\}, \mathbf{S}, \{\mathbf{S} \to \mathbf{ASB} \mid \mathbf{AB},\ \mathbf{A} \to a\mathbf{A} \mid a,\ \mathbf{B} \to b\mathbf{B} \mid b\})$$

a. Donnez le langage engendré par chacune de ces grammaires.
b. Justifiez que la grammaire $\mathbf{G_2}$ est ambiguë.
c. Montrez que : $\forall w \in L(\boldsymbol{G_1}),\ |\boldsymbol{w}|_{\boldsymbol{a}} \geq 2, |\boldsymbol{w}|_{\boldsymbol{b}} \geq 0, |\boldsymbol{w}|_{\boldsymbol{c}} \geq 0, |\boldsymbol{w}|_{\boldsymbol{d}} = 1$.
d. Modifiez $\mathbf{G_1}$ de telle sorte que: $\forall w \in L(\boldsymbol{G_1}),\ |\boldsymbol{w}|_{\boldsymbol{b}} = |\boldsymbol{w}|_{\boldsymbol{c}}$.
e. Que devient L($\mathbf{G_1}$) après cette modification ?

Bon courage

Corrigé-Type

Exercice n°01 :

a. $G_1 = (\{a,b\}, \{S_1, S_2\}, S_1, R_1)$.

R_1 :
$S_1 \to aS_2$
$S_2 \to aS_2 \mid bS_2 \mid \varepsilon$

b. $G_2 = (\{a,b\}, \{S_1, S_2\}, S_1, R_2)$

R_2 : $S_1 \to a \mid aS_2a$
$S_2 \to aS_2 \mid bS_2 \mid \varepsilon$

c. $G_3 = (\{a,b\}, \{S_1, S_2\}, S_1, R_3)$

R_3 : $S_1 \to a \mid b \mid aS_2a \mid bS_2b$
$S_2 \to aS_2 \mid bS_2 \mid \varepsilon$

d.

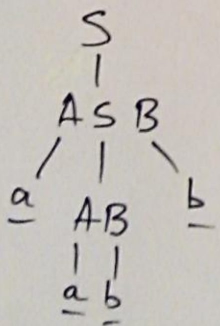
$L_2 \subseteq L_1$

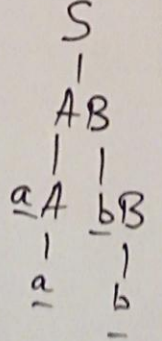
$L_2 \subseteq L_3$

Exercice n°02 :

a. $L(G_1) = \{aa(a|b|c)^*d\}$, $L(G_2) = \{a^+b^+\}$.

b. La grammaire G_2 est ambiguë car il existe des arbres de dérivation différents qui correspondent au même mot aabb :





c. $S \to aA \to aaB$ (on remarque déjà que n'importe quelle dérivation partant de S commence par dériver 2 a.
le B peut générer zéro ou plusieurs a, b, ou c. D'où $|w|_b \geq 0$ et $|w|_c \geq 0$. Avec les 2 premiers a générés on obtient $|w|_a \geq 2$.

Les dérivations à la base du $\underline{B}$ s'arrêtent au niveau de la règle $\underbrace{B \to d}$. donc un et un seul $\underline{d}$ est dérivé, $|w|_d = 1$.

d. Pour obtenir des mots contenant le même nombre de $\underline{b}$ que du $\underline{c}$, il faut écrire des règles du genre $B \to bBc \mid cBb \mid bcB \mid cbB$,

une seule règle suffit pour la modification demandée.

$G_1' = (\{a,b,c,d\}, \{S, A, B\}, S, R_1)$.

$\underline{R_1}$:
$S \to aA$
$A \to aB$
$B \to aB \mid bBc \mid d$

e. $L(G_1') = \left\{ aa(a|b)^*dc^* \;\middle|\; |w|_b = |w|_c \right\}$.