Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2012/2013
2ième année licence – Informatique
module : Théorie des langages

Examen de Rattrapage

Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE 1 : (*5 pts*)

Soit la grammaire G = ({a, b}, {S, A, B}, P, S)

où P : $S \rightarrow aB \mid bA$

$A \rightarrow a \mid aS \mid bAA$

$B \rightarrow b \mid bS \mid aBB$

1) Les mots suivants sont-ils dans L(G) ? il s'agit de : aaba, baba, babbab, abbbaa ***(2 pts)***
2) Caractériser L(G). ***(1,5 pts)***
3) Écrire une grammaire G', de type 2 et équivalente à G, qui contient un seul symbole non terminal uniquement. ***(1,5 pts)***

EXERCICE 2 : (*8 pts*)

Pour chacun des langages suivants, trouver une grammaire qui l'engendre :

1) $L_1 = \{ a^{2n-1}.b.c^{2n+1} \ / \ n \geq 1 \}$ ***(2 pts)***
2) $L_2 = \{ a^n b^m \ / \ 0 \leq m \leq n/2 \}$ ***(2 pts)***
3) $L_3 = \{ a^n b^m c^k \ / \ 0 \leq n \leq m \leq k \}$ ***(2 pts)***
4) $L_4 = \{ w \in \{0, 1\}^* \ /$ w s'écrit sous la forme $w = u.u$, où $u \in \{0, 1\}^* \}$ ***(2 pts)***

EXERCICE 3 : (*7 pts*)

Soit le langage $L_1 = \{ w \in \{a,b\}^* \ / \ w = a^n b^m a \ ; \ n, m \geq 0 \}$;

et le langage $L_2 = \{ w \in \{a,b\}^* \ / \ w = b\,a^n \ ; \ n \geq 0 \}$;

1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1. ***(1,5 pts)***
2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_2. ***(1,5 pts)***
3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte $L_1 \cup L_2$. ***(1,5 pts)***
4) Rendre l'automate de 3) déterministe. ***(1,5 pts)***
5) Donner l'automate d'états finis qui accepte le complémentaire de $L_1 \cup L_2$. ***(1 pt)***

Bon courage !

Bref corrigé : (rattrapage de ThL – L2, sec. 1 & 2 – 2012/2013)

EX.1 :

1) aaba, , babbab ne sont pas dans L(G),
   baba et abbbaa sont dans L(G) .

2) $L(G) = \{ w \in \{a, b\}^+ / |w|_a = |w|_b \}$

3) Soit la grammaire G' = ({a, b}, {S}, P', S)
   où P : $S \rightarrow aSb \mid bSa \mid ab \mid ba \mid SS$

EX.2 :

1) Une grammaire pour L_1 : $G_1 = (\{a, b, c\}, \{S\}, P_1, S)$

P_1 : $S \rightarrow aaScc \mid abccc$

2) Une grammaire pour L_2 : $G_2 = (\{a, b\}, \{S, A\}, P_2, S)$

P_2 : $S \rightarrow aS \mid A$
$A \rightarrow aaAb \mid \varepsilon$

3) Une grammaire pour L_3 : $G_3 = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D, E\}, P_3, S)$

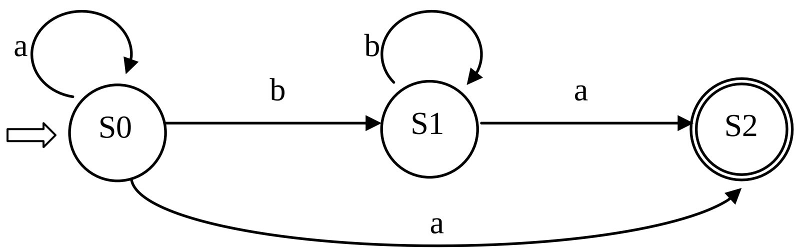
P_3 : $S \rightarrow ACD$
$C \rightarrow aCB \mid B \mid E \mid \varepsilon$
$B \rightarrow bBE \mid bE$
$Eb \rightarrow bE$; $E \rightarrow EE$; $ED \rightarrow cD$; $Ec \rightarrow cc$
$Aa \rightarrow aA$; $Ab \rightarrow bA$; $Ac \rightarrow cA$; $AD \rightarrow \varepsilon$

4) Une grammaire pour L_4 : $G_4 = (\{0, 1\}, \{S, B, C, D, E\}, P_4, S)$

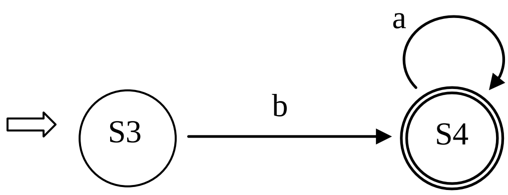
P_4 : $S \rightarrow BC$
$B \rightarrow 0DB \mid 1EB \mid \varepsilon$
$EC \rightarrow C1$
$DC \rightarrow C0$
$E0 \rightarrow 0E$
$E1 \rightarrow 1E$
$D0 \rightarrow 0D$
$D1 \rightarrow 1D$
$C \rightarrow \varepsilon$

EX. 3 :

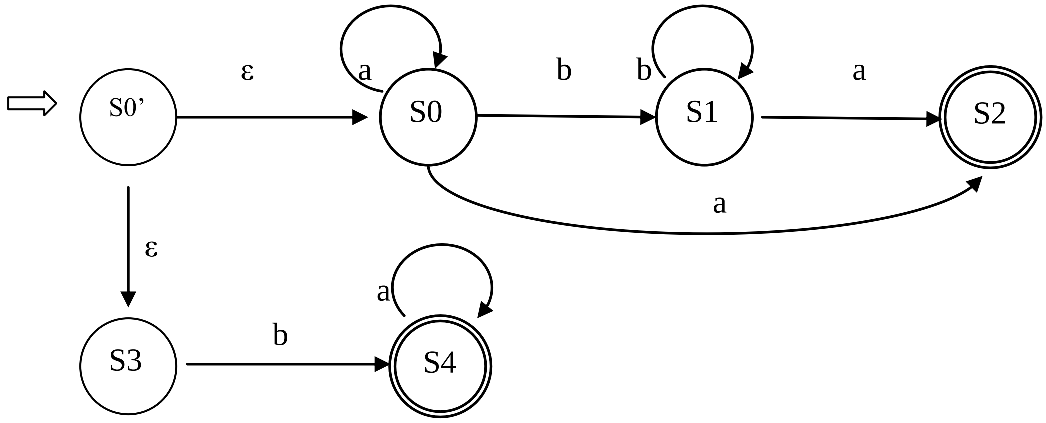
1) Automate pour L_1 :



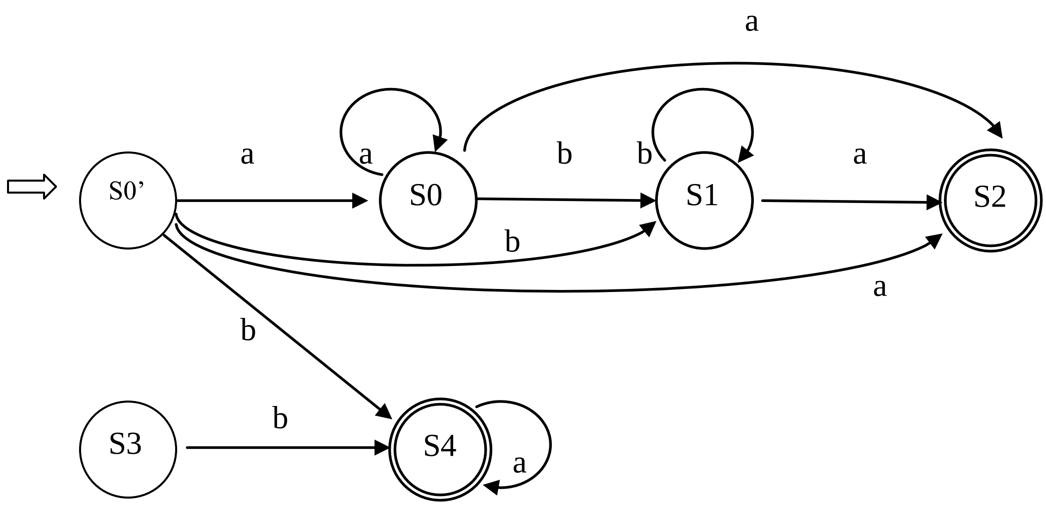
2) Automate pour L_2 :



3) Automate semi généralisé pour $L_1 \cup L_2$:



Après élimination des ε-règles, on obtient :



remarque : l’état S3 est inaccessible, on peut l’éliminer.

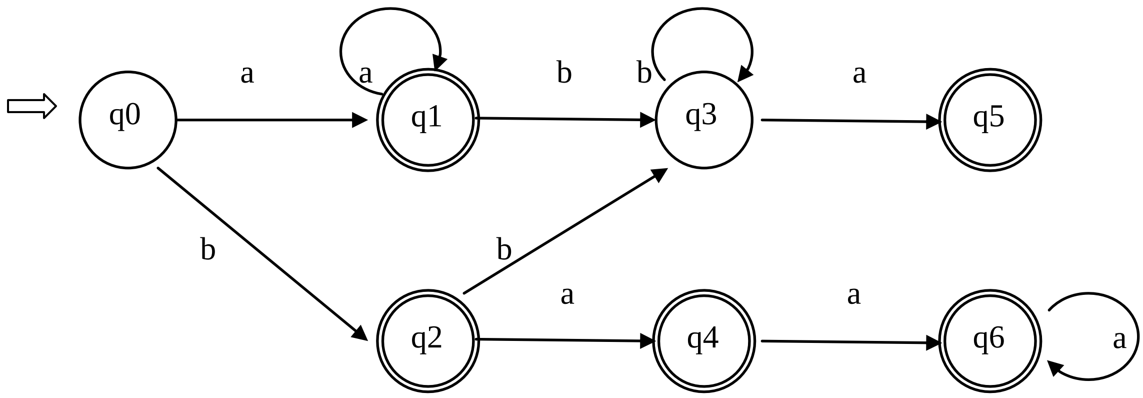
4) Déterminisation de l’automate de 3) :

Construction de la table de transition de l’automate déterministe :

	a	b
<S0’> = q0	<S0,S2>	<S1,S4>
<S0,S2> = q1	<S0,S2>	<S1>
<S1,S4> = q2	<S2,S4>	<S1>
<S1> = q3	<S2>	<S1>
<S2,S4> = q4	<S4>	/
<S2> = q5	/	/
<S4> = q6	<S4>	/

les états soulignés sont des états finaux.

Automate déterministe :



5) Automate du complémentaire de $L_1 \cup L_2$:

Pour construire cet automate :

- on prend l'automate déterministe obtenu en 4) ;
- on le complète (en ajoutant un état puit : q7) ;
- on inverse les états : les états finaux vont devenir non finaux, et vice versa.