

Epreuve de Moyenne Durée

Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE 1 : (4 pts)

On considère les déplacements d'un point, sur une droite horizontale, par pas de une ou deux unités.
On note : a = « déplacement d'un pas vers la droite » ; b = « déplacement de deux pas vers la droite »
et c = « déplacement d'un pas vers la gauche ».

Soit L = ensemble des déplacements qui se terminent au point de départ.

- 1) Les mots suivants sont ils dans L ? il s'agit de : abcc, bac, acccb, abbc. (1 pt)
- 2) Caractériser le langage L. (1,5 pts)
- 3) Trouver une grammaire, de type 2, qui génère L. (1,5 pts)

EXERCICE 2 : (8 pts)

Trouver :

- 1) une grammaire de type 3 pour le langage $L_1 = \{ a^n b^m / n \text{ impair, } m \text{ pair} \}$; (2,5 pts)
- 2) une grammaire de type 2 pour le langage $L_2 = \{ a^n b^m / n \leq m \leq 2*n \}$; (2 pts)
- 3) une grammaire de type 2 pour le langage $L_3 = \{ a^n b^{n-m} c^m / n, m \geq 0 \}$; (2 pts)
- 4) une grammaire de type 1 pour le langage $L_4 = \{ a^n . b^{2^n} . c^n / n \geq 1 \}$. (1,5 pts)

EXERCICE 3 : (8 pts)

Soit L_1 le langage des mots de $\{a, b\}^*$ tel que dans chaque mot w de L_1 , toutes les sous-chaînes de « a » consécutifs sont de longueurs paires ; et le langage $L_2 = \{abb, baa\}$.

- 1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1 . (1,5 pts)
- 2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_2 . (1,5 pts)
- 3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte $L_1 \cup L_2$. (1,5 pts)

(Pour réaliser l'union, il suffit d'ajouter un nouvel état initial, qui sera relié aux états initiaux des automates de L_1 et L_2 par des transitions spontanées et de le rendre ensuite simple).

- 4) Rendre l'automate de 3) déterministe. (2 pts)
- 5) Donner l'automate d'états finis qui accepte le complémentaire de $L_1 \cup L_2$. (1,5 pts)

Bon courage !

Bref corrigé : (EMD de ThL – L2, sec. 1 & 2 – 2012/2013)

EX.1 :

1) Le mot suivant est dans L : acceb

les mots qui ne sont pas dans L : abcc, bac, abbc

2) L peut être caractérisé comme suit : $L = \{ w \in \{a, b\}^* / |w|_a + (2 \times |w|_b) = |w|_c \}$.

3) Une grammaire pour L : $G = (\{a, b, c\}, \{S\}, P, S)$

$P : S \rightarrow aSc \mid cSa \mid bScSc \mid cSbSc \mid cScSb \mid SS \mid \varepsilon$

EX.2 :

1) Une grammaire de type 3 pour $L_1 : G_1 = (\{a, b\}, \{S, A\}, P_1, S)$

$P_1 : S \rightarrow aaS \mid aA ; A \rightarrow bbA \mid \varepsilon$

2) Une grammaire de type 2 pour $L_2 : G_2 = (\{a, b\}, \{S, B\}, P_2, S)$

$P_2 : S \rightarrow aSbB \mid \varepsilon$

$B \rightarrow b \mid \varepsilon$

3) Une grammaire de type 2 pour $L_3 : G_3 = (\{a, b, c\}, \{S, A\}, P_3, S)$

$P_3 : S \rightarrow aSc \mid A$

$A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$

4) Une grammaire de type 1 pour $L_4 : G_4 = (\{a, b, c\}, \{S, A, C\}, P_4, S)$

$P_4 : S \rightarrow Cbbc ;$

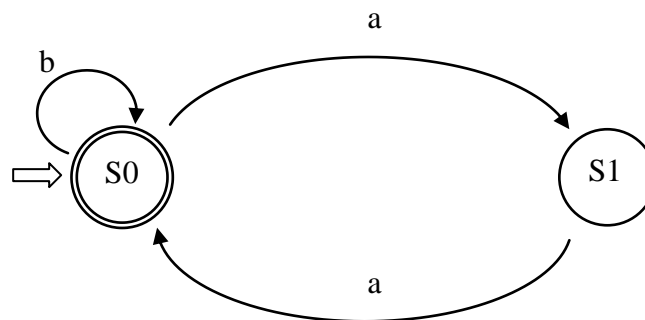
$C \rightarrow aCA \mid a$

$Ab \rightarrow bbA$

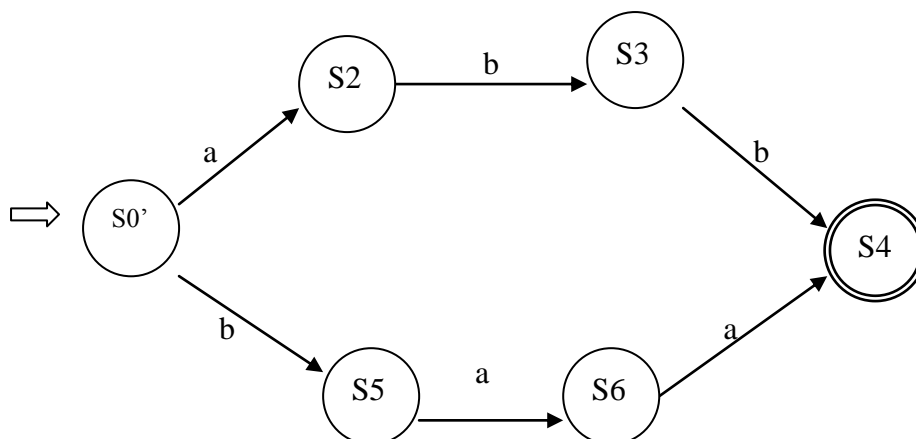
$Ac \rightarrow cc$

EX. 3 :

1) Automate pour $L_1 :$

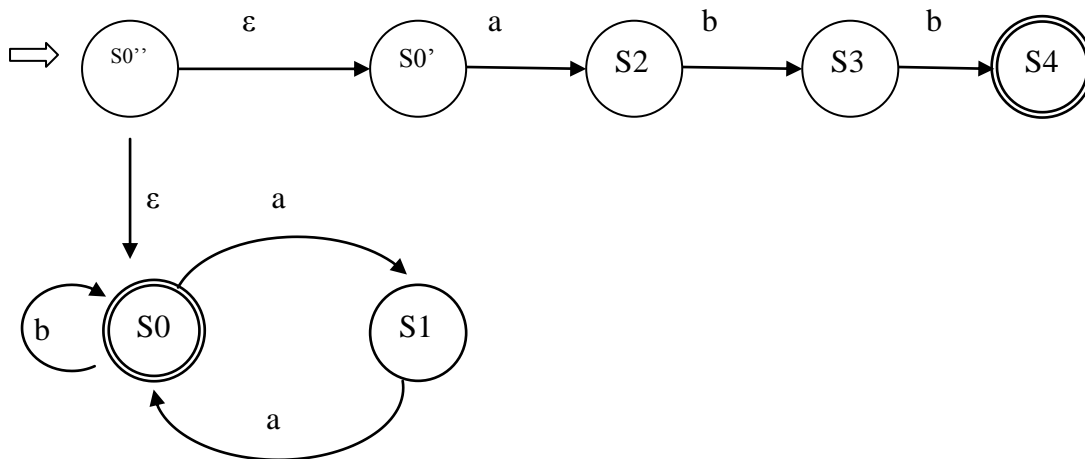


2) Automate pour $L_2 :$

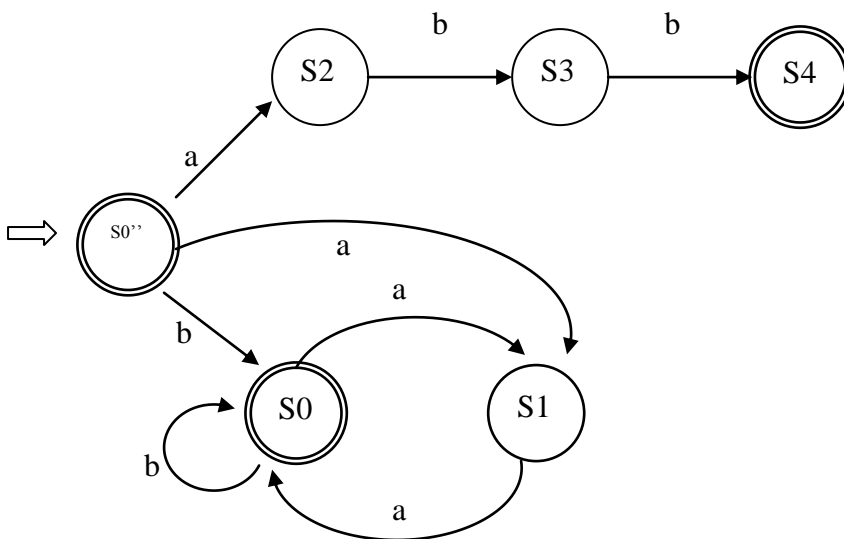


3) Puisque $baa \in L_1$, alors $L_1 \cup L_2 = L_1 \cup \{abb\}$

Automate semi généralisé :



Après élimination des ϵ -règles, on obtient :



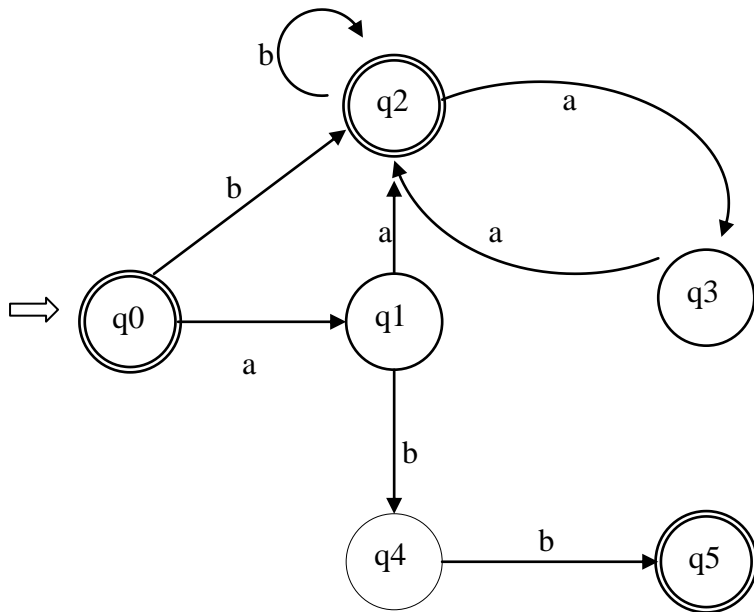
4) Détermination de l'automate de 3) :

Construction de la table de transition de l'automate déterministe :

	a	b
<u><S0''></u> = q0	<S1,S2>	<S0>
<S1,S2> = q1	<S0>	<S3>
<u><S0></u> = q2	<S1>	<S0>
<S1> = q3	<S0>	/
<S3> = q4	/	<S4>
<u><S4></u> = q5	/	/

les états soulignés sont des états finaux.

Automate déterministe :



5) Automate du complémentaire de $L_1 \cup L_2$:

Pour construire cet automate :

- on prend l'automate déterministe obtenu en 4) ;
- on le complète ;
- on inverse les états : les états finaux vont devenir non finaux, et les états non finaux vont devenir finaux.

