

Epreuve de Moyenne Durée

le 03/02/2015 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE 1 : (4,5 pts)

Une girouette est un instrument indiquant le sens du vent. On considère qu'il y a quatre directions possibles : est, sud, ouest et nord. On suppose aussi que l'aiguille de la girouette, indiquant le sens, tourne d'un quart de cercle à la fois ; soit dans le sens des aiguilles d'une montre (*sens a*), soit dans le sens opposé (*sens b*). On supposera que la direction initiale indiquée par la girouette est le sud.

Soit L = ensemble des mouvements de l'aiguille qui se terminent à la position de départ.

- 1) Les mots suivants sont-ils dans L ? il s'agit de : *abbab, babbba, aaabaa, bbaba*. (2 pts)
- 2) Caractériser le langage L . (1 pt)
- 3) Trouver une grammaire régulière qui génère L . (1,5 pts)

EXERCICE 2 : (6 pts)

Trouver :

- 1) une grammaire de type 3 pour le langage : $L_1 = \{ a^n \cdot b^{2m} / n \geq 1, m \geq 0 \}$; (1,5 pts)
- 2) une grammaire de type 2 pour : $L_2 = \{ a^n b^m / 0 \leq m \leq n/2 \}$; (1,5 pts)
- 3) une grammaire de type 1 pour : $L_3 = \{ a^{2^n} / n \geq 0 \}$; (1,5 pts)
- 4) une grammaire de type 0 pour : $L_4 = \{ w \in \{a, b, c, d\}^* / w = a^n b^m c^i d^j \text{ et } n+m = i+j \}$. (1,5 pts)

EXERCICE 3 : (5 pts)

Soit L = ensemble des mots de $\{0, 1\}^*$ représentant les nombres divisibles par 5 (dans le système de numération binaire naturel).

- 1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L . (4 pts)
- 2) Donner un automate d'états finis simple qui accepte le complémentaire de L . (1 pt)

EXERCICE 4 : (4,5 pts)

1) En utilisant les dérivées, vérifier si les langages suivants sont réguliers :

1-a) $L_1 = \{ a^{2^n} \cdot b^{2^{m+1}} / n \geq 0, m \geq 0 \}$; (1,5 pts)

1-b) $L_2 = \{ w \in \{a, b\}^* / w \text{ s'écrit comme } w = u \cdot u ; \text{ où } u \in \{a, b\}^* \}$. (1,5 pts)

- 2) Montrer que toute grammaire régulière à gauche est équivalente à une grammaire régulière à droite. (1,5 pts)

Bon courage !