Faculté de Mathématiques, USTHB
Master Arithmétique, Codage et Combinatoire
Module : Codes correcteurs
Année 2013/2014

Epreuve finale

Exercice 1. Déterminer la matrice génératrice sous forme standard, ainsi que la matrice de contrôle sous forme standard du code binaire de matrice génératrice

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2. Soit C le code défini sur $\mathbb{F}_5$ par la matrice génératrice

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Donner une matrice de contrôle de C.

b) Déterminer la distance minimale de C. Le code est-il MDS ?

c) Décoder les messages reçus $x = 432100$ et $y = 411141$.

Exercice 3 Soit C le code cyclique de longueur 9 sur $\mathbb{F}_2$ engendré par le polynôme

$$g(x) = x^6 + x^3 + 1.$$

-6 5 3

a) Déterminer la dimension de C. Donner une matrice génératrice, une matrice de contrôle et la distance minimale de C.

b) On reçoit le vecteur $y = (100110100)$. Retrouver le mot envoyé en utilisant le syndrome de y.

Exercice 4

a) Montrer que le nombre de $[n, k]$-codes sur $\mathbb{F}_q$ est égal à

$$\frac{1}{k!} \prod_{i=0}^{i=k-1} \left(q^k - q^i\right).$$

b) Déterminer le nombre de codes cycliques binaires de longueur 7 et de dimension 4. Comparer avec le nombre de codes linéaires binaires de longueur 7 et de dimension 4.

Exercice 5. Montrer qu'un code binaire linéaire de matrice génératrice G est self-orthogonal si, et seulement si, les lignes de G ont un poids pair et sont deux à deux orthogonales.

Exercice 6. Soit q une puissance d'un nombre premier et r un entier, $r \geq 2$. Montrer que le code de Hamming $Ham(r, q)$ est parfait de distance minimale égale à 3.