Université de Blida, Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Blida, le 30 Mai 2009

MET: Optimisation Combinatoire

1ère année Master de Recherche Opérationnelle

Epreuve de moyenne durée

Exercice 1.

Un autocar de ramassage scolaire doit, tous les matins, partant de l'école située en A, charger des élèves en B, C, D, E et F. Ayant chronométré la durée de chacun des trajets entre les différents points d'arrêt, on cherche le trajet hamiltonien de durée minimum.

On donne la matrice D = (d_{ij}) des durées des trajets (i, j) (non symétrique à cause peut être des sens uniques).

$$\begin{pmatrix} \infty & 27 & 43 & 16 & 30 & 26 \\ 7 & \infty & 16 & 1 & 30 & 25 \\ 20 & 13 & \infty & 35 & 5 & 0 \\ 21 & 16 & 25 & \infty & 18 & 18 \\ 12 & 46 & 27 & 28 & \infty & 5 \\ 23 & 5 & 5 & 9 & 5 & \infty \end{pmatrix}$$

Le résoudre par l'algorithme de Little et al.

Exercice 2.

Soit le PLNE (P) : $\begin{cases} \text{Min } Z = C.x \\ A.x = b \\ x \in \aleph^n \end{cases}$ où A est une matrice: m x n, b un m-vecteur entier.

En relaxant la condition d'intégrité $x \in \mathbb{N}^n$ du problème (P), on obtient le problème

$$(P_c) \begin{cases} \text{Min } Z = C.x \\ A.x = b \\ x \geq 0 \end{cases} .$$

On dit qu'une inéquation " $a..\ x \leq \alpha$ " est valide, si elle est satisfaite par toute solution réalisable de PLNE (P).

Une coupe est une inéquation valide qui n'est pas satisfaite pour tout point de (P_c) .

Montrer que, relativement à une base B, pour toute valeur du scalaire "a" l'inéquation $\sum_{j \notin I} ([a]a'_{ij} - [aa'_{ij}])\, x_j \geq [a]b_i - [ab_i]$ est valide.

Montrer que pour a = 1, cette inéquation est une coupe.

NB: [.] désigne la partie entière .

Exercice 3.

Montrer que tout problème du sac à dos peut se formuler comme un problème de programmation dynamique qu'ils faut indiquer et préciser.

Résoudre le problème ci dessous par la programmation dynamique.

$$\text{Max } z = 13\, x_1 + 16\, x_2 + 7\, x_3 + 4\, x_4$$

$$6\, x_1 + 8\, x_2 + 4\, x_3 + 3\, x_4 \leq 12$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ et } x_4 \in \{ 0, 1 \}.$$