Mécanique du point
Epreuve finale
(durée : 1h30)

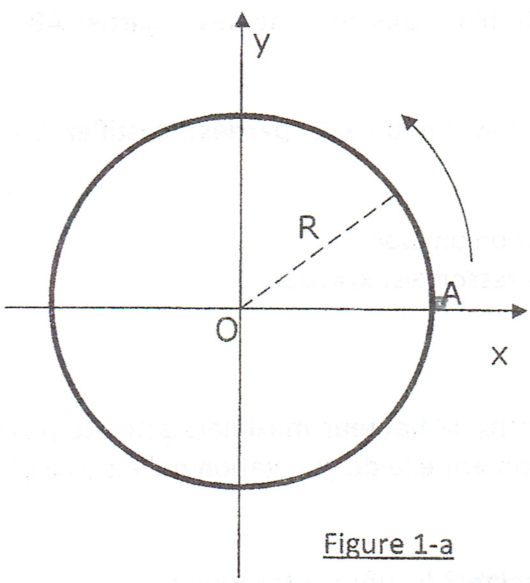
Exercice 1 :

Un mobile M, assimilé à un point matériel, décrit dans un plan (Oxy) une trajectoire circulaire ($\mathcal{C}$) de centre O et de rayon $\mathbf{R = \frac{12}{\pi}\ m}$. A l'instant initial, le mobile démarre du point A d'abscisse curviligne $\mathbf{s(0) = 0}$ et d'angle $\boldsymbol{\theta(0) = 0}$ pour se diriger dans le sens indiqué sur le schéma de la Figure 1-a. Le diagramme des vitesses du mobile pendant l'intervalle de temps **[0, 8s]** est représenté sur la Figure 1-b.

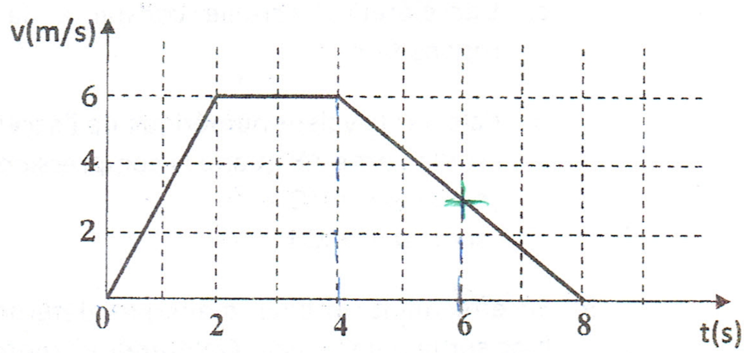
1) Tracez le diagramme des accélérations tangentielles pour l'intervalle de temps [0, 8s]
Echelle : $\mathbf{1\ cm \rightarrow 1\ s}$ et $\mathbf{1\ cm \rightarrow 1\ m/s^2}$.
2) Donnez les différentes phases du mouvement en précisant leur nature. Justifiez vos réponses.
3) a) Déterminez l'expression de l'abscisse curviligne s(t) dans chacune des phases pour $\mathbf{0 \leq t \leq 8\,s}$.
b) A l'instant **t=6s**, le mobile passe par le point **B**. Donnez la position angulaire θ_B du mobile à cet instant.
4) a) Représentez, sur la trajectoire ($\mathcal{C}$), au même point B :
- les vecteurs unitaires $\vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$ donnant respectivement les directions tangentielle et normale,
- le vecteur vitesse $\vec{v}_B$ du mobile,
- les composantes intrinsèques $\vec{a}_t$ et $\vec{a}_n$ du vecteur accélération $\vec{a}_B$ du mobile ainsi que le vecteur $\vec{a}_B$.

<u>Echelles</u> : $\mathbf{1\ cm \rightarrow 1\ m/s}$ et $\mathbf{1\ cm \rightarrow 1\ m/s^2}$

b) En déduire les composantes de l'accélération $\vec{a}_B$ en coordonnées polaires. Justifiez votre réponse.



<u>Figure 1-a</u>



<u>Figure 1-b</u>

Exercice 2:

On considère une piste constituée d'une partie AC horizontale et d'une partie CD inclinée d'un angle **α=10°** par rapport à l'horizontale (figure 2). Un bloc de masse **m = 0,5kg**, considéré comme un point matériel peut glisser sur cette piste.

La nature des surfaces en contact n'est pas la même partout:

- le contact bloc/piste sur la partie **AC** est caractérisé par les **coefficients de frottement** statique **μ_{s1} = 0,4** et dynamique **μ_{d1} = 0,25**
- le contact bloc/piste sur la partie **CD** est caractérisé par les **coefficients de frottement** statique **μ_{s2} = 0,15** et dynamique **μ_{d2} = 0,05**

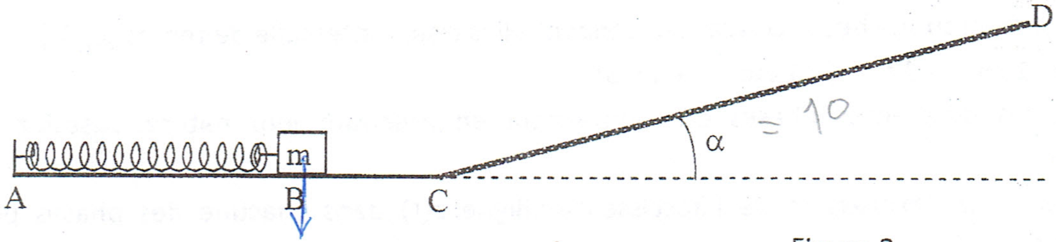


Figure 2

Au point A, est fixée l'extrémité d'un ressort parfait et de constante de raideur **K=200N/m**. L'autre extrémité du ressort est libre et située en B quand le ressort n'est pas comprimé (de sorte que AB est la longueur à vide du ressort).

On prendra : **AB=30cm, BC=10cm, cos10°=0.9848, sin10°=0.1736** et **g = 10 m/s^2**.

1. On place le bloc en contact avec l'extrémité libre du ressort. Calculez la compression maximale x_0 qu'on peut donner au ressort sans que le bloc ne se mette en mouvement.

2. On comprime le ressort de **x=12cm** et on lâche le bloc sans vitesse initiale.

   a. Représentez qualitativement les forces appliquées au bloc
      - en un point de la partie AB
      - en un point de la partie BC
      - en un point de la partie CD

   b. Etablissez l'expression de l'accélération du bloc dans chacune des 3 parties AB, BC et CD.

   c. L'accélération est-elle constante dans chacune de ces parties? Justifiez votre réponse.

   d. Calculez la valeur numérique de l'accélération du bloc
      - sur la partie AB quand la compression du ressort est **x_1=10cm**.
      - sur la partie BC
      - sur la partie CD.

3. En effectuant un bilan d'énergie, déterminer h_m la hauteur maximale atteinte par le bloc sur le plan incliné. On prendra l'énergie potentielle de gravitation nulle sur le plan horizontal (**$E_{pg}(A) = E_{pg}(B) = E_{pg}(C) = 0$**)

4. Le bloc redescend-il une fois cette hauteur atteinte? Justifiez votre réponse.