السنة الجامعية	Analyse2	قسم الرياضيات و الإعلام الآلي
2016-2015	إمتحان	جامعة بن يوسف بن خدة
المدة ساعتان	السداسي الثاني	كلية العلوم، سنة اولى

ملاحظات هامة

1. استعمال الجداول ممنوع،

2. لا يسمح باستعمال أو إظهار الهاتف النقال.

Exercice 1 (4 points) *Soit $(u_n)_n$ la suite réelle définie par:*

$$u_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n}{k^2 + nk + 2n^2}$$

1. *Déterminer une fonction f telle que $u_n = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$.*
2. *Calculer une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x^2+x+2}$.*
3. *En déduire la limite $\lim_{n\to+\infty} u_n$.*

Exercice 2 (4 points) *Soit $I_n = \int_0^1 x^n e^{-3x}dx$ et $I_0 = \int_0^1 e^{-3x}dx$.*

1. *Établir une relation de récurrence entre I_n et I_{n-1}.*
2. *Calculer I_0, I_1 et I_2.*
3. *En déduire le réel*

$$\int_0^1 (3x^2 - 5x + 7)e^{-3x}dx.$$

Exercice 3 (6 points) *Calculer les primitives suivantes:*

$$\int \frac{1}{x + x\ln x}dx, \quad \int \frac{\cos x}{1+\cos x}dx, \quad \int \frac{x^4+3x^3+2x^2+3x+1}{x^3+x^2+x}dx.$$

Exercice 4 (6 points) *Soient u, v, f définies par : $u(x) = (x^3-2x^2+1)^{\frac{1}{3}}$, $v(x) = \sqrt{x^2+x+1}$, $f(x) = u(x) - v(x)$.*

1. *Donner un $DL_1(-\infty)$ de f, en déduire $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.*
2. *Déterminer $\lim_{x\to-\infty} u(x) - x$, $\lim_{x\to-\infty} v(x) + x$.*
3. *En déduire l'équation d'une droite asymptote au graphe de f en $-\infty$ et positionner f par rapport à cette asymptote.*

Indication Au voisinage de 0 on a :

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \ldots + o(x^n).$$