Université ALGER 1 Faculté des sciences.
Département Math-info
Module: Algèbre 1 Examen semestriel Janvier 2016

Exercice 1: On définit sur $E=\mathbb{R}$, la relation binaire $\mathcal{R}$ par
$\forall a,b \in \mathbb{R}$: $a\mathcal{R}b \iff a$ est solution de l'équation $X^2-2bX+b^2=0$
(i) Vérifier que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence.
(ii) Déterminer $\overline{0}$, $\overline{(-1)}$, $\overline{a}$ pour $a\in\mathbb{R}$

Exercice 2: On définit l'application $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ par
$$f(x)=\max\left(\frac{x+3}{2}, x+2\right)$$
f est-elle injective ? surjective ? bijective ?

Exercice 3: On définit l'opération T sur $E=]0,1[\cup]1,+\infty[$
par: $\forall a,b\in E$: $aTb=a^{\ln b}$
(ln étant le logarithme népérien).
(i) Montrer que T est une opération interne.
(ii) (E,T) est-il un groupe.

Exercice 4: Les questions sont indépendantes.
(i) Faites la division euclidienne de A sur B où:
$A=X^4+2X^3-X^2+2X+2$, $B=X^2-1$.
(ii) Soit $P=X^4-X^3-3X^2+5X-2$ de $\mathbb{R}[X]$.
Vérifier que $\alpha=1$, $\beta=-2$ sont des racines de P et donner leurs ordres de multiplicité
(iii) Déterminer le reste de la division euclidienne de $U=X^{2016}+X^{2015}+2X^3-1$ par $V=X(X-1)$.

-Bonne Chance-

Barème: 3,5+5+6,5+5