

Module : algèbre 1
Examen de Rattrapage

Exo 1. Soit A un sous ensemble d'un ensemble E , $A \subseteq E$.

Dans l'ensemble des parties de E , $\wp(E)$, on définit \mathfrak{R} par :

$$\forall (X, Y) \in \wp(E)^2, X \mathfrak{R} Y \Leftrightarrow A \cap X = A \cap Y.$$

Montrer que \mathfrak{R} est d'équivalence. Déterminer \overline{X} , la classe d'équivalence de X .

Que devient \mathfrak{R} si $A = \emptyset$ ou $A = E$?

Exo 2. Dresser la table de Pythagore du groupe \mathfrak{S}_3 l'ensemble des permutations (applications bijectives) de $\mathbb{N}_3 = \{ 1, 2, 3 \}$ dans \mathbb{N}_3 . On note τ_i la permutation qui invarie " i" et qui échange les deux autres éléments ($i = 1, 2, 3$), "e" la permutation identique,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Déterminer les sous groupes et le centre de ce groupe.}$$

Exo 3. Soit A un anneau tel que $\forall x \in A, x^2 = x$. Un tel anneau est appelé de BOOLE.

- Montrer que $\forall x \in A, x + x = 0$.
- Montrer que A est un anneau commutatif.
- Montrer que si $|A| > 2$, A n'est pas intègre.
- Vérifier que $(\wp(E), \Delta, \cap)$ est de BOOLE.