U. D. L de Sidi Bel Abbès
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques
1ère Année LMD.MI

17/03/2013
Module: Algèbre1
Durée: 1h 30mn

Epreuve de moyenne durée

Exercice 1 *(05pts)*
Soit R une relation binaire définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Longleftrightarrow x^2 - y^2 = x - y.$$

1- Montrer que R est une relation d'équivalence.
2-Calculer la classe d'équivalence d'un élement x de $\mathbb{R}$.

Exercice 2 *(05pts)*

- *Soit G un groupe (loi $*$, neutre e, symétrie x^{-1}), et f un homomorphisme de $(G, *)$ dans $(G_1, *')$.*
  1. *Montrer que l'image de G ($f(G)$) est un groupe? ($f(G) \subset G_1$)*
- *Démontrer que la partie suivante est une sous-groupe de G*

$$C(G) = \{x \in G; \forall y \in G, \quad x * y = y * x\}.$$

Exercice 3 *(04pts)*
Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

1. *f est-elle injective?surjective?*
2. *Montrer que la restriction:*

$$g : [-1, 1] \longrightarrow [-1, 1], g(x) = f(x),$$

est une bijection.

Exercice 4 *(03pts)*

Soit f une applications de E dans F. On donne A et B deux sous-ensemble de E. Montrer que $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ si et seulement si f est injective.

Exercice 5 *(03pts)*

Montrer que le reste de la divisions Euclidienne de $p(X)$ par $(X - c)$ est le polynôme constant $p(c)$. En déduire que $p(X)$ divisable par $(x - c)$ ssi $p(c) = 0$.

BON COURAGE