



USTHB/FM/MI/MASTER ACC/CALCUL FORMEL/2012/2013

Epreuve Finale du Premier Semestre .

Date: 07/01/2013. Durée: 90'

1. Partie théorique. (1+2+1+2+2+1+1)

- Donner les définitions du pgcd et du ppcm de $a, b \in \mathbb{N}^*$.
- Soit $a, b \in \mathbb{N}^*$, $d := \text{pgcd}(a, b)$ et $m := \text{ppcm}(a, b)$. Démontrer que $ab = md$.
- Enoncer le Théorème de Bezout.
- Soit $\bar{x} \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Montrer que x est inversible ssi $\text{pgcd}(x, n) = 1$.
- Montrer que tout groupe d'ordre premier est cyclique.
- Donner un exemple d'anneau non intègre fini.
- Donner un exemple d'anneau non intègre infini.

2. Partie pratique. (12*0.5 + 4*1)

1) Donner les significations des 12 commandes Maple suivantes après avoir justifié leurs noms :

?, restart, Digits:=, evalf, isprime, ifactor, igcd, irem, ilcm, chrem, igcdex(a,b,'s','t'), solve.

2) Soit $a, p, q, n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que si $a^n - 1$ est premier alors $a = 2$.
- Montrer que $2^{pq} - 1$ est divisible par $2^p - 1$.
- En déduire que $2^n - 1$ ne peut être premier que si n est premier.
- Vérifier que $N := 2^{11} - 1$ n'est pas premier.