

Contrôle de Statistique n°1

Durée : 1h

Questions de cours

Un enseignant de statistique pose à ses étudiants les questions suivantes :

Nous avons quatre variables statistiques $X, Y, Z,$ et T tels que, $cov(X,Y)=1050, cov(Z,T)=0,51,$
 $cov(X,T)=0, \sigma_X = 150, \sigma_Y = 109, \sigma_Z = 0,8, et \sigma_T = 0,6.$

- Peut-on dire que la liaison entre Z et T est faible ? *oui*
- Est-ce que la relation entre X et Y est plus forte que la relation entre Z et T ? *oui*
- Que peut-on dire sur X et T ? *ya aucune relation, elle est très faible*

Un étudiant répond de la manière suivante :

- $cov(Z,T)=0,51$ est un petit nombre donc la liaison entre Z et T est faible. ✓
- $cov(X,Y)=1050$ est un nombre plus grand que $cov(Z,T)=0,51$ donc la relation entre X et Y est plus forte que la relation entre Z et T .
- $cov(X,T)=0$ donc on ne peut rien dire sur X et T .

$y =$

Êtes-vous d'accord avec les réponses de l'étudiant ? Justifier.

Exercice :

Dans un service hospitalier on a administré aux malades un médicament (sous forme injectable) suivant des doses qui diffèrent d'un malade à l'autre. Nous avons deux catégories de malades : La première catégorie exige des doses faibles et on utilise trois valeurs standards (3 ; 6 ou 10 millilitre). La deuxième catégorie exige des quantités importantes et on utilise dans ce cas des doses appropriées (on assimile alors la dose du produit à une variable continue). Le tableau suivant a été obtenu :

Quantité de médicament	3	x <i>6</i>	10	$[12; 3x+2[$	$[3x+2; y[$	$[y; 28[$	$[28; 30[$
Nombre de malades	5	10	18	30	18	10	5

- 1) Quel est le caractère étudié et quelle est sa nature ? *quantitatif discret et continu*
- 2) Sachant que $\bar{X} = 16$ et que l'amplitude de la classe $[3x+2; y[$ est 4, trouver x et y les valeurs manquantes du tableau.
- 3) Quel est le nombre de malades à qui on a injecté une quantité de médicament inférieure à 28.
- 4) Calculer la quantité Q_1+Q_3-M et σ_X où Q_1 est le premier quartile, Q_3 le troisième quartile, M la médiane et σ_X est l'écart-type.
- 5) Déterminer le pourcentage d'individus à qui on a injecté une quantité de médicament comprise dans l'intervalle $[Q_1 + Q_3 - M; \bar{X} + \sigma_X]$.

$$\bar{X} = \frac{15 + 19x + 180 + \left(\frac{3}{2}n + 7\right) + (3n + 4) + \left(\frac{3}{2}n + 15\right) + 29}{96} = 16$$

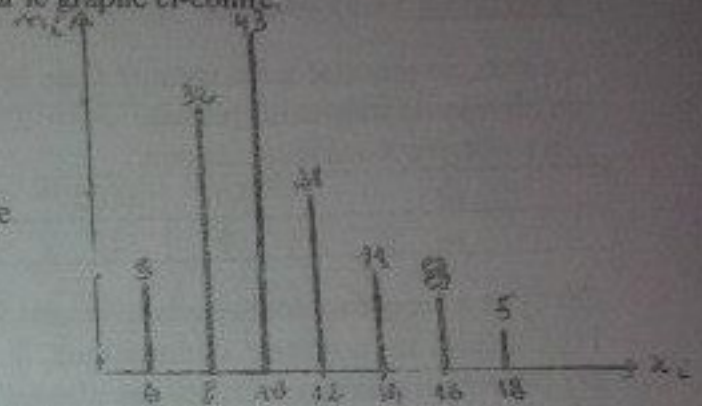
$$6 = \frac{772 + 129n}{96} = 16$$

$y - (3x+2) = 4$
 $y - 3x = 6$
 $y = 3x + 6$

(Durée 1h 20mn)

Exercice 1 : L'étude des notes sur 20 au module de statistique d'une section de biomédical a donné, après traitement de la série ordonnée, les résultats représentés par le graphe ci-contre.

- 1°) Quel est le type de ce graphe ?
- 2°) Quelle est la nature de la variable étudiée ?
- 3°) Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de cette série.
- 4°) Donner le pourcentage d'étudiants ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10.



Exercice 2 : On a dénombré chez un individu 1000 leucocytes, et on s'est intéressé à leur catégorie, nous avons obtenu le tableau suivant :

Catégories des leucocytes	Neutrophiles	Eosinophiles	Basophiles
Effectifs	n_1	n_2	n_3

La figure 1 est une représentation graphique des données présentées dans le tableau ci-dessus.

- 1°) Comment s'appelle cette représentation.
- 2°) Quelle est la nature du caractère étudié.
- 3°) Déterminer n_1 , n_2 et n_3 .



Exercice 3 : L'étude du taux de cholestérol sur un échantillon de 100 personnes a donné les résultats suivants :

Taux de Cholestérol	$[0, 1,4[$	$[1,4, 1,6[$	$[1,6, 1,8[$	$[1,8, 2[$	$[2, 2,2[$	$[2,2, 2,4[$	$[2,4, 2,6[$	$[2,6, 2,8[$
effectifs	6	13	16	22	13	10	9	6

- 1°) Tracer l'histogramme.
- 2°) Déterminer toutes les caractéristiques de position centrale.
- 3°) Si Z est la valeur qui cumule 30% de la population, déterminer le nombre d'individus dont le taux de cholestérol est dans l'intervalle $[Z; Q_1 + Q_3 - M]$ où M est la médiane, Q_1 et Q_3 sont respectivement le premier et le troisième quartile.

Exercice 4 : X et Y deux variables statistiques, le calcul des caractéristiques de ces deux variables a donné les résultats suivants :

- 1°) $Cov(X, Y) = -234$, $\rho = 1,053$, $\sigma_x = 27$ (ρ est le coefficient de corrélation)
 - 2°) $Cov(X, Y) = 546$, $\sigma_x = 146$, $\sigma_y = 3$
 - 3°) Si ρ n'est pas proche de 1, il n'y a pas de lien entre X et Y . Indiquer dans chaque cas où est l'erreur et dire pourquoi.
- Quand est-ce qu'on a $|Cov(X, Y)| = \sigma_x \sigma_y$?
- DB : Les calculs doivent être faits avec 4 chiffres après la virgule.

Exercice 1 : (11 points)

Le taux de glucose a été mesuré dans le sang de 300 individus. Les valeurs ont été regroupées en classes de même amplitude.

On a obtenu le tableau suivant :

C_i	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
n_i	8	25	42	75	75	50	14	9	2

Où C_i et n_i représentent respectivement les centres et les effectifs des classes.

- 1°) Calculer la moyenne arithmétique, la variance, l'écart-type
- 2°) Déterminer les extrémités des classes, la médiane et les quartiles.
- 3°) Déterminer la classe modale et l'écart interquartiles.
- 4°) Déterminer le pourcentage d'individus dont le taux de glucose est dans l'intervalle $[\bar{X} - \sigma ; \bar{X} + \sigma [$; où \bar{X} est la moyenne arithmétique et σ est l'écart type.

Exercice 2 : (09 points)

- o A - Un service de pédiatrie s'est proposé d'étudier le rythme de croissance du poids chez un groupe de 1000 enfants. Deux mesures ont été prises à deux années d'intervalle, sur chaque enfant.

Cette population a été répartie en classes d'amplitudes égales dans le tableau suivant:

Accroissement du poids (en Kg)	[0 - 0,5[[0,5 - 1[[1 - 1,5[[1,5 - 2[[2 - 2,5[[2,5 - 3[
Nombre d'enfants	110	200	270	220	120	80

- 1°) Déterminer la moyenne et la médiane
- 2°) Déterminer l'étendue, la variance et l'écart-type.
- 3°) Déterminer la valeur Z qui cumule les premiers 20% de la population.

- o B - Il a été décidé par la suite que cinq pédiatres assureront, à charge égale, le suivi de ces enfants. Chacun d'eux aura donc le même nombre d'enfants.

Pour cette raison, la population des 1000 enfants doit être répartie en cinq classes de même effectif.

Déterminez les extrémités de ces cinq classes et construisez le tableau approprié.

Sans faire de calculs, pouvez-vous donner les nouvelles valeurs de la moyenne, de la médiane et des quartiles?

NB. : Les calculs doivent être faits avec deux chiffres après la virgule.

Exercice 1 : (11 points)

Un médecin a relevé la tension artérielle de 100 de ses patients et a obtenu les résultats ci-dessous :

Tension	8	10	11	12	13	15	16	19
Nombre de patients	2	16	20	34	12	8	6	2

- 1°) Calculer les fréquences relatives, les effectifs cumulés croissants et les fréquences cumulées croissantes.
- 2°) Calculer la moyenne arithmétique, la variance, l'écart-type et le mode
- 3°) Déterminer la caractéristique médiane et l'écart interquartiles.

Exercice 2 : (09 points)

Les 1000 élèves d'une école ont été classés suivant leurs tailles.
Les mesures ont été reportées dans le tableau suivant :

Taille	[108 – 114[[114 – 116[[116 – 118[[118 – 122[[122 – 124[[124 – 128[[128 – 130[[130 – 132[[132 – 134[
Nombre d'élèves	60	80	110	180	160	180	100	70	60

- 1°) Déterminer la moyenne \bar{X} , la classe modale et la médiane
- 2°) Déterminer l'étendue, la variance et l'écart-type σ .
- 3°) Déterminer la valeur Z qui cumule les premiers 20% de la population.
- 4°) Calculer la valeur A telle que l'intervalle [108 ; $\bar{X} + \sigma + A$ [contienne 90% de la population.

NB. : Les calculs doivent être faits avec deux chiffres après la virgule.

(Les calculs doivent être faits avec deux chiffres au moins après la virgule)

Exercice 1 : (09 points)

Un médecin a relevé la tension artérielle de 100 de ses patients et a obtenu les résultats ci-dessous :

Tension	8	10	11	12	13	15	16	19
Nombre de patients	2	20	16	32	14	6	6	4

- 1°) Calculer les fréquences relatives, les effectifs cumulés croissants et les fréquences cumulées croissantes.
- 2°) Calculer la moyenne arithmétique, la variance, l'écart-type et le mode
- 3°) Déterminer la caractéristique médiane et l'écart interquartiles.
- 4°) Quel est le pourcentage de patients hypotendus (dont la valeur est inférieure à 10,5) et celui des patients hypertendus (dont la valeur est supérieure à 14,5) ?

Exercice 2 : (09 points)

A - Un service de pédiatrie s'est proposé d'étudier le rythme de croissance du poids chez un groupe de 1000 enfants. Deux mesures ont été prises à deux années d'intervalle, sur chaque enfant.

Cette population a été répartie en classes d'amplitudes égales dans le tableau suivant:

Accroissement du poids (en Kg)	[0 - 0,5[[0,5 - 1[[1 - 1,5[[1,5 - 2[[2 - 2,5[[2,5 - 3[
Nombre d'enfants	110	200	270	220	120	80

- 1°) Déterminer la moyenne et la médiane
- 2°) Déterminer l'étendue, la variance et l'écart-type.
- 3°) Déterminer la valeur Z qui cumule les premiers 20% de la population.

B - Il a été décidé par la suite que cinq pédiatres assureront, à charge égale, le suivi de ces enfants. Chacun d'eux aura donc le même nombre d'enfants.

Pour cette raison, la population des 1000 enfants doit être répartie en cinq classes de même effectif.

Déterminez les extrémités de ces cinq classes et construisez le tableau approprié.

Sans faire de calculs, pouvez-vous donner les nouvelles valeurs de la moyenne, de la médiane et des quartiles?

Exercice 3 : (02 points)

Soit une variable statistique discrète X possédant uniquement deux valeurs X_1 et X_2 .

Comparer l'étendue et l'écart-type de X , dans le cas où l'effectif total N de la population est pair et où les individus sont répartis à égalité sur les deux valeurs X_1 et X_2 .

Exercice 1 : (09 points)

Les 400 employés d'une entreprise ont été répertoriés en fonction du nombre de consultations médicales dont chacun d'eux a fait l'objet le long d'une année.
Le tableau suivant a été dressé.

Nombre de consultations	0	1	2	5	6	8	9
Nombre d'employés	100	96	74	60	36	26	8

- 1°) Calculer les effectifs cumulés et les fréquences cumulées.
- 2°) Déterminer toutes les caractéristiques de position centrale.
- 3°) Déterminer toutes les caractéristiques de dispersion.
- 4°) Déterminer le pourcentage d'employés ayant subi plus de trois consultations.

Exercice 2 : (11 points)

Les 1000 élèves d'une école ont été classés suivant leurs tailles.
Les mesures ont été reportées dans le tableau suivant.

Taille (en Cm)	[108 – 114 [[114 – 116 [[116 – 118 [[118 – 122 [[122 – 124 [[124 – 128 [[128 – 130 [[130 – 132 [[132 – 136 [
Nombre d'élèves	60	80	110	180	160	180	100	70	60

- 1°) Déterminer le premier et le troisième quartile.
- 2°) Déterminer la classe modale
- 3°) Calculer la moyenne, la variance et l'écart type
- 4°) Déterminer l'étendue et l'écart interquartiles
- 5°) Calculer la valeur A telle que l'intervalle $[\bar{X} - \sigma ; \bar{X} + A]$ contienne 70% de la population.
 \bar{X} étant la moyenne arithmétique et σ étant l'écart type.

(N.B. les calculs doivent être faits avec deux chiffres après la virgule)