

EXAMEN

Matière : Signaux et Acquisition de Données
Niveau : 3^{ème} année Pétrochimie - Automatisation

Question de cours

Choisir la bonne réponse :

1- Un Dirac dans le domaine temporel $\delta(t - t_0) \dots$

- a) possède un module constant unitaire dans le domaine fréquentiel.
- b) permet de translater une fonction par multiplication scalaire.
- c) est également un Dirac dans le domaine fréquentiel.
- d) aucune des réponses précédentes ne convient.

2- Le signal $x(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t)$, $A > 0$, $f_0 > 0$ possède :

- a) une énergie totale infinie.
- b) une énergie totale finie.
- c) une puissance totale nulle.
- d) aucune des réponses précédentes ne convient.

3- Un signal réel pair possède une Transformée de Fourier

- a) imaginaire et paire
- b) réelle et impaire
- c) réelle et paire
- d) aucune des réponses précédentes ne convient.

4- Un signal réel impair possède une Transformée de Fourier

- a) imaginaire pure et impaire
- b) réelle et impaire
- c) réelle et paire
- d) aucune des réponses précédentes ne convient.

5- Soit le signal porte $x(t) = A \cdot \text{rect}_T(t)$, centré sur l'origine, d'amplitude A et de durée T . L'autocorrélation de x est :

- a) Un sinus cardinal.
- b) Une fonction rectangulaire.
- c) Impaire et maximale en $\tau = 0$.
- d) Majorée par $A^2 T$.

6- Le signal de sortie $y(t)$ d'un filtre est égal :

- a) à la transformée de Fourier du produit de convolution du signal d'entrée par la réponse impulsionnelle de ce filtre.
- b) au produit de convolution du signal d'entrée par la réponse impulsionnelle du filtre.
- c) au produit de convolution du signal d'entrée par la réponse en fréquence du filtre.
- d) au produit de convolution du signal d'entrée par la réponse impulsionnelle du filtre.

Exercice 1

Soit le signal $s(t) = a_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t) + a_2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot f_1 \cdot t)$

Avec $f_1 > 0$.

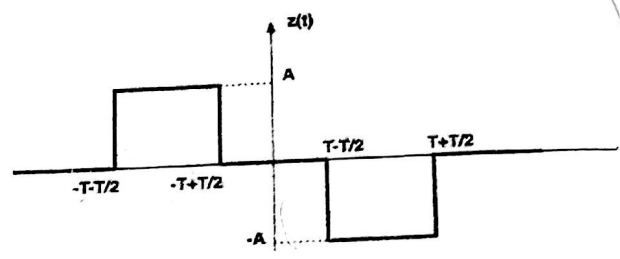
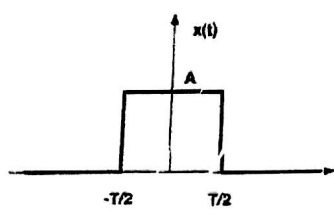
1 - Le signal $s(t)$ est-il périodique ? Si oui donner sa période. Si non justifier pourquoi ?

2 - Donner l'expression de $S(f)$ (Transformée de Fourier de $s(t)$).

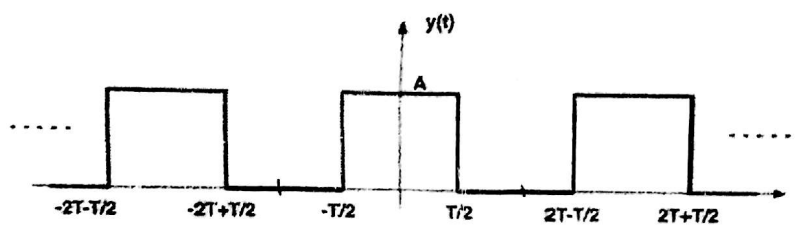
3 - On choisit $f_1 = 20\text{Hz}$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$. Représenter le module de $S(f)$ entre 0 et 100Hz.

Exercice 2

Soit les deux signaux $x(t)$ et $z(t)$, représentés sur la figure suivante, le signal réel et pair $x(t) = A \cdot \text{rect}_T(t)$, On suppose $A > 0$ et $T > 0$.



1. Déterminer $s(t) = x(t) * x(t)$ le signal résultant de l'auto-convolution de $x(t)$.
2. Tracer $s(t)$ pour $A = 2$ et $T = 1$.
3. Que représente $s(0)$?
4. Déterminer la puissance totale du signal $x(t)$.
5. Calculer $X(f)$, la transformée de Fourier de $x(t)$.
6. Tracer le spectre en module de $x(t)$, On prend $A = 3$ et $T = 2$
7. Déterminer la fonction $z(t)$ en fonction de $x(t)$.
8. Déterminer l'énergie totale du signal $z(t)$.
9. Donner $Z(f)$, la transformée de Fourier de $z(t)$. *(sans calcul)*
10. Soit le signal $y(t)$, périodique de période $2T$, représenté sur la figure suivante :



- Développer $y(t)$ en série de Fourier à coefficients complexes.

Remarque : On prend $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

Formulaire : Transformée de Fourier et convolution

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi f t} df$$

$$x(t - t_0) \xrightarrow{TF} X(f) \cdot e^{-j2\pi f t_0}$$

$$x(t) \cdot e^{j2\pi f_0 t} \xrightarrow{TF} X(f - f_0)$$

$$a \cdot x(t) + b \cdot y(t) \xrightarrow{TF} a \cdot X(f) + b \cdot Y(f)$$

$$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} y(\tau) x(t - \tau) d\tau$$

Bon courage.