Matière : Diagnostic

Master 2 : Automatisation en industries pétrochimiques

Examen

Mercredi: 04.02.2015

10h30-12h00

Enseignant : DR.MENIGHED

Exercice 1

Elaboration d'un observateur à entrée inconnue

On considère la classe des systèmes modélisé de la façon suivante :

$$
\begin{aligned}
E\frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) \\
y(t) &= Cx(t)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$E\ P$

avec $x \in R^n$, $u \in R^p$, $y \in R^m$, $E \in R^{q\times n}$, $A \in R^{q\times n}$, $B \in R^{q\times p}$ et $C \in R^{m\times n}$. La matrice E **étant non inversible**, ce type de système est appelé système singulier.

Structure de l'observateur

Pour construire l'état du système (1), on considère l'observateur suivant :

$$
\begin{aligned}
\frac{dz(t)}{dt} &= Nz(t) + Gu(t) + Ly(t) \\
\hat{x}(t) &= z(t) + Ky(t)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

On définit l'erreur d'estimation d'état suivante : $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$

$x - z - Ky$

- Montrer tout abord que l'erreur $\tilde{x}(t)$ peur s'écrire :

$x - \hat{x}$

$$\tilde{x}(t) = (I - KC)x(t) - z(t) \tag{3}$$

$KEx - \hat{x}$

$\tilde{x}$

- On suppose qu'il existe une matrice R telle que :

$$RE = I - KC \tag{4}$$

Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\tilde{x}(t)$ en dérivant l'expression (3) et en utilisant la définition (4) ainsi que (1) et (2).

- Montrer alors que l'erreur tend de façon asymptotique vers zéro si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$G - RB = 0 \tag{5a}$$

$$NRE + LC - RA = 0 \tag{5b}$$

$$RE + KC = I \tag{5c}$$

$$N \quad \text{stable} \tag{5d}$$

$x - z(t) - KCx(t)$

$= (I - KC)x(t) - z(t)$

$z = \hat{x} - Kyx(t)$

$x - \hat{x} - KCx(t)$

$\cancel{-KCx}$

$(I - KC)x - \hat{x}$

Détermination des matrices de l'observateur

On s'intéresse maintenant à résoudre le système (5) de façon à déterminer les matrices décrivant l'observateur.

– En remarquant que (5c) peut s'écrire $(R \quad K)\begin{pmatrix} E \\ C \end{pmatrix} = I$, montrer que les matrices R et K peuvent être "facilement " déterminées.

– On pose $L_0 = L - NK$. Montrer alors que $N = RA - L_0C$.

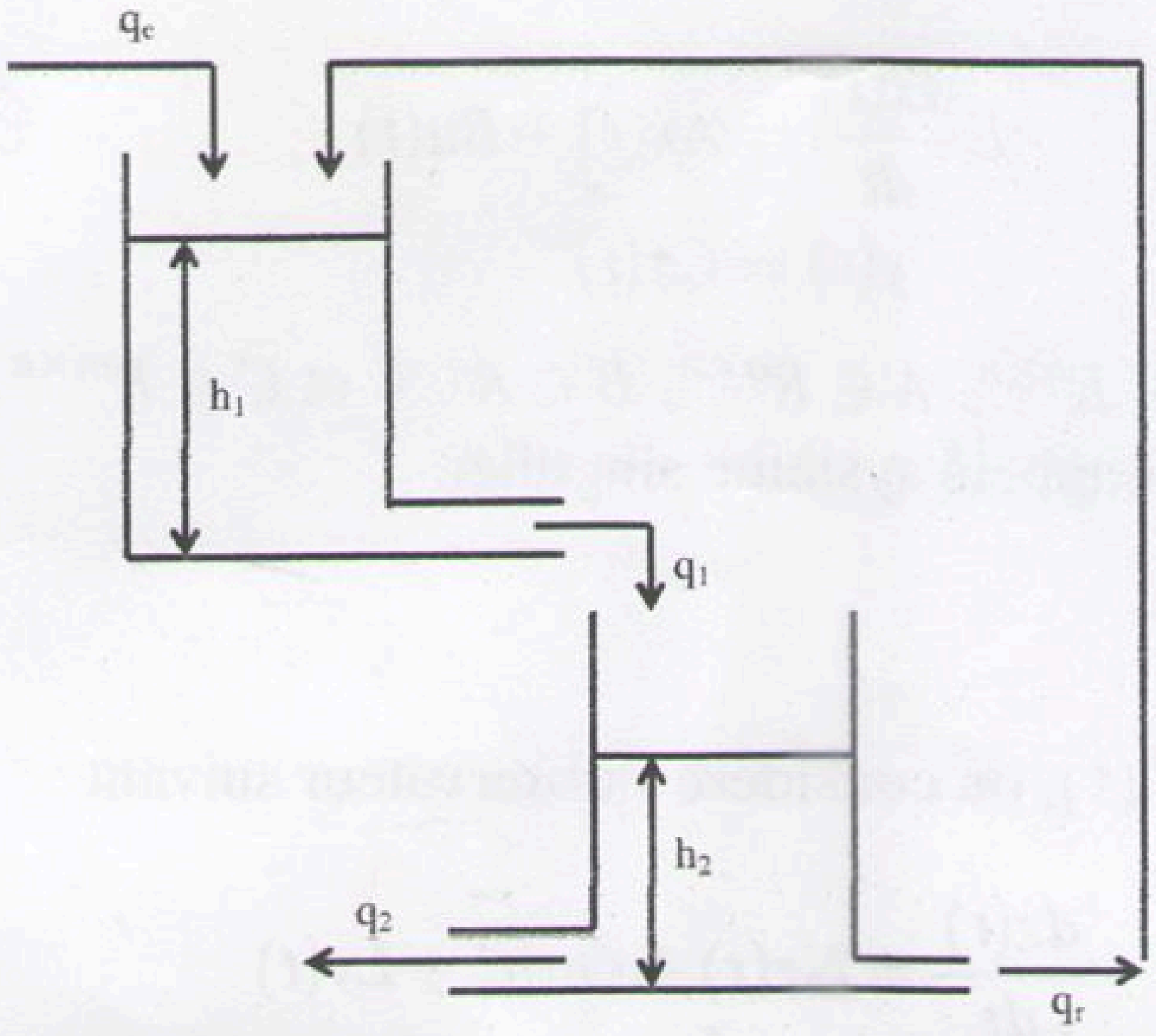
CA

– Si la paire (RA, C) est observable, expliquer alors comment peut on choisir L_0 de façon à satisfaire (5d)

[1]

☞ Exercice 2

La figure ci-dessous schématise un système hydraulique. Celui-ci est alimenté par un débit $q_e(t)$. Les hauteurs dans les deux cuves de même section S, sont notés $h_1(t)$ et $h_2(t)$. Les débits et hauteurs sont



reliés par les relations algébriques suivantes :

$$Rq_i(t) = h_i(t) \quad avec \quad i = 1,2$$

$$q_r(t) = \alpha q_2(t) \qquad q_r(\mathrm{t}) \text{ est proportionnel à } q_2(\mathrm{t})$$

où R est une résistance à l'écoulement.

Valeurs numériques : $R = 0.5s/m^2$, $S = 2m^2$ et $\alpha = 0.1$

- Démontrer que le modèle de ce système est donné par :

$$\begin{pmatrix} \dot{h}_1(t) \\ \dot{h}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0.1 \\ 1 & -1.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix} q_e(t)$$

$\frac{m}{L}$ h

$Y = [1, 1] \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$

Q_e $\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}$

On suppose que les deux états sont accessibles à la mesure.

On suppose aussi que les matrices du modèle discret sont les mêmes du modèle continu

- Etablir les équations d'auto-redondances ainsi que les équations d'inter-redondances.
- Construire la table des signatures de défauts pour les équations d'auto-redondances.
- Peut-on déduire des équations d'auto-redondances une équation indépendante de $u(k)$? Si oui donner son expression.
- Peut-on déduire des équations d'inter-redondances une équations indépendante de $u(k)$? Si oui donner son expression.

1' .1

Rappel :

$$G(s) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CB & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ CA^{s-1}B & CA^{s-2}B & \cdots & CB & 0 \end{pmatrix}$$

C C
C_1A CA
C_n

[2]

BONNE CHANCE

gar les nouvaleurs