Université 20 août 1955 Skikda
Faculté de Technologie
Département Pétrochimie et Génie des Procédés
Formation : Master2 Automatisation

Année 2015/2016

Examen : Commande Numérique
Durée : 1h30

Exercice 1 (6 points): Soit un système représente en continu par sa fonction de transfert en boucle ouverte :

$$H_0(p) = \frac{k}{1+\tau \cdot p} \quad \tau : \text{sa constante de temps.}$$

En prenant Te comme période d'échantillonnage, et un échantillonneur bloqueur d'ordre zéro.

1. Montrer que sa fonction de transfert (boucle ouverte) est de la forme

$$G_0(z) = \frac{k(1-\alpha)}{z-\alpha}$$

Ou α est un coefficient à déterminer.

2. Donner l'expression de son équation caractéristique E(z)
3. Etablir la condition que doit vérifier K en fonction de Te pour que le système discret soit stable en boucle fermée en appliquant le critère de Jury.
4. Conclure

Exercice 2 (5 points): Etudier de la stabilité d'un système décrit par la représentation d'état suivante :

$$X(k+1) = F \cdot X(k) + G \cdot U(k). \qquad y(k) = C \cdot X(k) + D \cdot U(k)$$

Où : $F = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Représenter le schéma bloc de ce système.

Un système asservi à retour unitaire et dans la chaine directe on trouve deux échantillonneurs, un bloqueur et un système continu modélisé par la fonction de transfert suivante :

$$F(p) = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{3} \cdot p}$$

1. Représenter le schéma bloc.
2. Quelle condition doit vérifier la période d'échantillonnage T pour que le système discret soit stable en boucle fermée ?

Exercice 3 (9 points): Etude de la stabilité d'un système discret par usage de la transformation de Möbius.

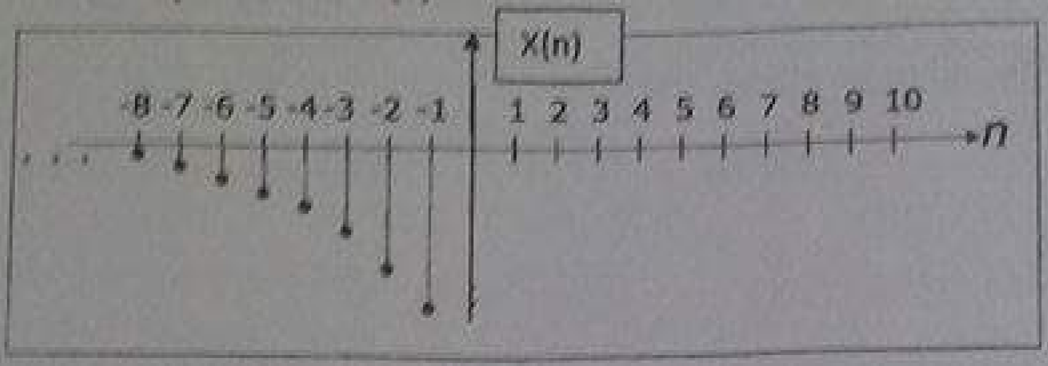
$$z = \frac{w+1}{w-1}$$

Soit l'équation caractéristique d'un système asservi : $E(z) = z^2 + a_1 \cdot z + a_2$

1. Quelles conditions doit vérifier a1 et a2 pour que le système soit stable en boucle fermée? (critère de Routh)
2. Calculer la Transformée en z de la fonction : $f_1(t) = 1 - e^{-a \cdot t}$, $f_2(t) = te^{-a \cdot t}$

    1. Démontrer que : $Z[f(t - nT)] = z^{-n} \cdot F(z)$, $Z[f(t) * g(t)] = F(z) \cdot G(z)$

    2. Donner l'expression du $x(n)$



3. Tracer le schéma bloc et calculer la FT avec la manipulation du schéma bloc

$$y_k = y_{k-1} + [x_k + x_{k-1}] \cdot \frac{T}{2}$$