

Examen en : théorie et analyse des systèmes

*Alcène*

Exercice 01 : (06pts)

Soit un système linéaire défini par la fonction de transfert en boucle ouverte suivante :

$$G(p) = \frac{2}{(p+1)^2}$$

1. Calculer les marges de gain et de phase de ce système.
2. Tracer les diagrammes de Bode (gain et phase) de ce système.
3. Ce système, est-il stable en boucle fermée à retour unitaire ? justifier votre réponse.

Exercice 02 : (06pts)

On considère un système linéaire régi par les équations différentielles suivantes (toutes les conditions initiales sont nulles) :

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) + 2\theta(t) = 0.2i(t) \\ i(t) = 10(u(t) - u_0(t)) \\ u_0(t) = 2.5\theta(t) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \theta(p) = L\{\theta(t)\} \\ U(p) = L\{u(t)\} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \\ \dot{u}(t) = \frac{du(t)}{dt} \end{cases}$$

1. Établir le graphe de fluence de ce système.
2. En utilisant règle de Masson, déterminer la fonction de transfert :  $H(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)}$
3. En déduire le signal de sortie  $\theta(t)$  si  $u(t) = 1$  (échelon unitaire).
4. Ce système, est-il stable ? justifier votre réponse.

Exercice 03 : (06pts)

Un système linéaire est régi par l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{s}(t) + 11\dot{s}(t) + 10s = e(t) \quad \text{avec les conditions initiales :} \quad \begin{cases} s(0) = 0 \\ \dot{s}(0) = \frac{1}{2} \\ \ddot{s}(0) = 0 \end{cases}$$

1. On pose  $\begin{cases} x_1 = 4s(t) \\ x_2 = 2\dot{s}(t) \\ x_3 = \ddot{s}(t) \\ y(t) = 12s(t) \end{cases}$ , représenter ce système sous la forme d'état suivante :  $\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = A \cdot x(t) + B \cdot e(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot e(t) \end{cases}$

2. Est-ce que ce système est complètement commandable ? justifier votre réponse.
3. Est-ce que ce système est complètement observable ? justifier votre réponse.
4. Calculer la matrice de transition  $e^{At}$ .

5. Déterminer le vecteur d'état  $x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  si  $e(t) = 1$ .

6. En déduire le signal  $z(t)$  défini par :  $z(t) = x_1 + x_2 - 2x_3 + \frac{8}{9}e^{-10t}$ .

Remarque : La table de Laplace est le seul document autorisé

Bon courage