Le 16 Mars 2013

▶ Faculté de Technologie
▶ Département de P.Ch et G.P
▶ Niveau: 1ère année P.Ch

▶ Année universitaire: 2012/2013
▶ Enseignant: BOULFOUL Bilal
▶ Durée: 1h et 30mn

▶ Rattrapage

♣ *Documents, Téléphone,...non autorisés.*

Exercice 1. Soient A et B deux ensembles, montrer que:

1. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.
2. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
3. $(A \cap B = A \cup B) \Rightarrow A = B$.

Exercice 2. Déterminer (s'ils existent): les majorants, les minorants, la borne supérieure, la borne inférieure, le plus grand élément, le plus petit élément des ensembles suivants:

$$[0,1] \cap \mathbb{Q}\ , \quad]0,1[\cap \mathbb{Q}\ , \quad \mathbb{N}, \quad \left\{(-1)^n + \frac{1}{n^2} \mid n \in \mathbb{N}^*\right\}.$$

Exercice 3. ***I)*** Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par récurrence en posant $u_1 = \sqrt{2}$ et $u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Montrer que: $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n < 2$.
2. Montrer que: $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ 2 - u_{n+1} < \frac{2-u_n}{2}$.
3. Montrer que la suite (u_n) est croissante, en déduire que la suite (u_n) est convergente et que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$.

II) Soit (u_n) une suite de nombres réels définie par: $u_n = \frac{2^n}{n!}$.

1. Etudier la convergence de u_n.
2. Déterminer la limite de u_n.

III) Considérons la suite (u_n) définie par: $u_n = a^{\frac{1}{2^n}}$ où $a > 0$.

1. Trouver une relation entre (u_n) et (u_{n+1}).
2. Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.

Barème: 10.00+06.00+04.00.

♣ **Bonne Chance** ♣