

EXAMEN (durée 1h30)  
Le 03/02/2013

Exercice.1 (8 pts)

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  est repéré dans un référentiel fixe  $(Oxyz)$  par ses coordonnées cylindriques  $(\rho, \theta, z)$  telles que :  $\rho = R$ ,  $\theta = \omega t$  et  $z = h \theta$  ( $R$  et  $\omega$  et  $h$  sont des constantes positives et  $t$  le temps).

1. Écrire l'expression du vecteur position  $\vec{OM}$  en coordonnées cartésiennes base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
2. a) quel est le mouvement du point  $M$  dans le plan  $xOy$  ?  
b) quel est le mouvement du point  $M$  suivant la direction de l'axe  $Oz$  ?
3. Déterminer les composantes cartésiennes et le module des vecteurs vitesse et accélération ?
4. Calculer l'abscisse curviligne  $s(t)$  du point  $M$  sachant qu'à l'instant initial  $t = 0$ ,  $s(t) = 0$
5. Quelles sont les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération ?
6. Calculer le rayon de courbure  $R_c$  de la trajectoire de  $M$  ?
7. Montrer que la vitesse fait un angle constant  $\alpha$  avec l'axe  $Oz$  ?
8. Ecrire le vecteur  $\vec{OM}$  en coordonnées cylindriques.
9. Déterminer les vecteurs unitaires  $\vec{T}$  tangentiel et  $\vec{N}$  normal ?

Exercice.2 (6 pts)

Soit  $R(OXYZ)$  un repère absolu et soit  $R'(OXY'Z')$  un repère relatif qui tourne autour de l'axe  $(OX)$  avec une vitesse angulaire constante  $\omega$ . Un point  $M$  effectue un mouvement sinusoïdal sur une droite  $(D)$  parallèle à  $(OZ')$  et qui passe par un point  $H$  tel que  $\vec{OH} = a\vec{j}$  et  $HM = b \sin \omega t$ . (voir figure 2)

1. Ecrire les vecteurs position dans les deux repères.
2. Déterminer le vecteur vitesse absolue. *par les 2 méthodes*

Exercice.3 (6 pts)

Une masse  $m$  est relâchée sur le dôme d'une demi-sphère de rayon  $R$ , avec une vitesse initiale  $v_0$  (figure 3). En négligeant les forces de frottement : Déterminer la position à partir de laquelle la masse quitte la surface extérieure de la demi-sphère. *prendre  $v_z = 0$  pour faire le calcul*

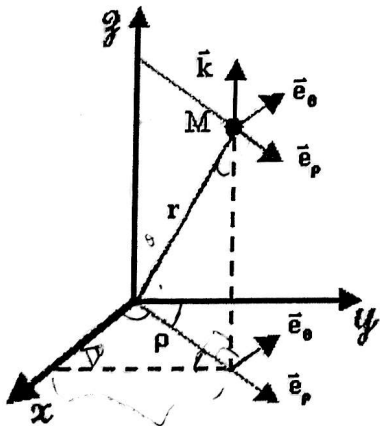


Figure.1

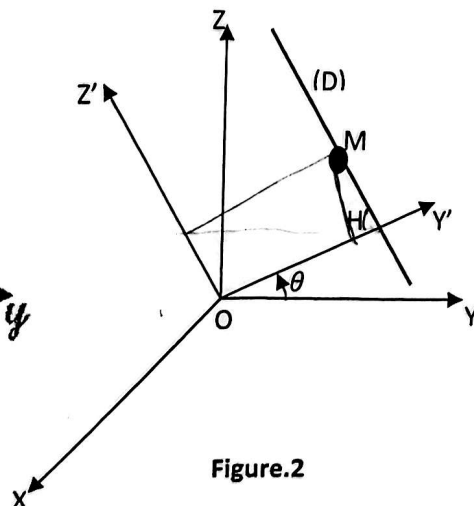


Figure.2

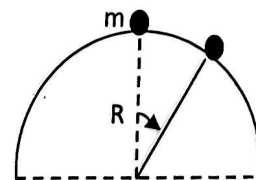


Figure.3

تمرين 2: (8 ن)

- تتحرك نقطة مادية  $M$  ذات كتلة  $m$  في معلم ثابت  $(oxy)$  بإحداثيات أسطوانية  $(\rho, \theta, z)$  بحيث  $\rho = R$ ،  $\theta = \omega t$ ، و  $z = h\theta$  و  $h$  و  $\omega$  ثابتا موجبة.
- 1- أكتب عبارة شعاع الموضع  $\vec{OM}$  بدلالة الإحداثيات الكارتيزية ذات الأتسار  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ .
  - 2- (أ) ماهي حركة  $M$  في المستوى  $(oxy)$ ؟  
(ب) ماهي حركة  $M$  وفق المحور  $(Oz)$ ؟
  - 3- أوجد مركبات وطويلة كل من السرعة والتسارع. (المركبات الكارتيزية)
  - 4- أحسب الفاصلة المنحنية  $s(t)$  للنقطة  $M$  على أنه في اللحظة  $t=0$ ،  $s=0$ .
  - 5- ماهي المركبات المماسية والناظمية للتسارع؟
  - 6- أحسب نصف قطر الالتواء  $R_c$ .
  - 7- بين أن السرعة تصنع زاوية ثابتة  $\alpha$  مع المحور  $(Oz)$ .
  - 8- أكتب الشعاع  $\vec{OM}$  في الإحداثيات الأسطوانية.
  - 9- أوجد شعاعي الوحدة  $\vec{A}$  المماسي و  $\vec{N}$  الناظمي.

تمرين 3: (6 ن)

- ليكن المعلم  $R(oxy)$  معلم مطلق وليكن  $R'(oxy'z')$  معلم نسبي يدور حول المحور  $(Ox)$  بسرعة زاوية ثابتة  $\omega$ . نقطة  $M$  تتحرك حركة جيبيية على مستقيم  $(Oz')$  وترين نقطة  $H$  حيث:
- $$\vec{OH} = a \vec{j}' \quad \text{و} \quad HM = \rho \sin \omega t \quad (\text{figure 2})$$
- 1- أكتب شعاع الموضع في كل معلم.
  - 2- أوجد شعاع السرعة المطلقة.

تمرين 3: (6 ن)

- ترك كتلة  $m$  على قمة نصف كرة بسرعة ابتدائية  $v_0$ .  
بإهمال قوى الاحتكاك:  
حدد الوضعيين أين تسقط الكتلة  $m$ . نفرض عند ما أن  $v_0 = 0$ .