

Physique2  
 ETLD 2

Exercice 1 :

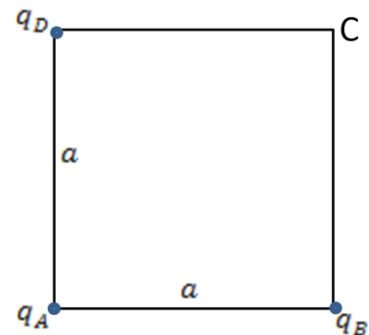
Trois charges ponctuelles  $q_A, q_B$  et  $q_D$  sont placées aux points A, B et D sommets d'un carré ABCD de côté  $a$  comme l'indique la figure 1.

Déterminer :

1. le vecteur champ électrique au point C dû aux trois charges  $q_A, q_B$  et  $q_D$ . Représenter graphiquement ce champ électrique.
2. le potentiel électrique au point C dû aux trois charges  $q_A, q_B$  et  $q_D$ .
3. le travail nécessaire pour déplacer une charge  $q_C = +q$  de l'infini au point C. Quelle est alors l'énergie potentielle de la charge  $q_C$  et la force électrique à laquelle est soumise au point C.
4. l'énergie interne du système des quatre charges  $q_A, q_B, q_C$  et  $q_D$ . que représente cette énergie.
- 5.

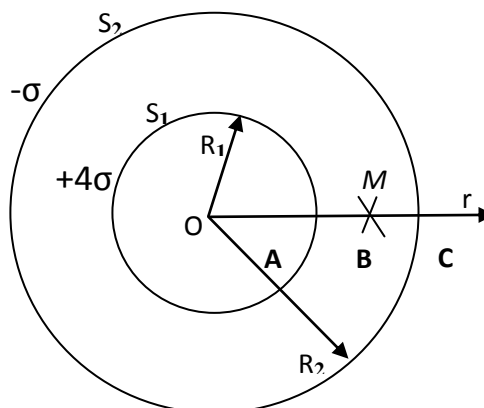
On donne :

$$q_A = +q, q_B = -q \text{ et } q_D = -q, q = 10^{-9} \text{C}, a = 5 \text{ cm}.$$



Exercice 2 :

1. Déterminer, en utilisant le théorème de Gauss, l'expression du champ électrique  $\vec{E}(r)$  créé par une sphère de rayon R uniformément chargée en surface avec une densité  $\sigma$ .
2. Deux sphères  $S_1$  et  $S_2$ , concentriques, creuses, d'épaisseurs négligeables et de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$ , sont chargées uniformément en surface avec des densités respectives  $(+4\sigma)$  et  $(-\sigma)$ .
  - i) Calculer la charge  $Q_1$  et  $Q_2$  portée par chacune des deux sphères.
  - ii) En déduire le champ électrique  $\vec{E}(r)$  dans les régions : A ( $r < R_1$ ), B ( $R_1 < r < R_2$ ) et C ( $r > R_2$ ).

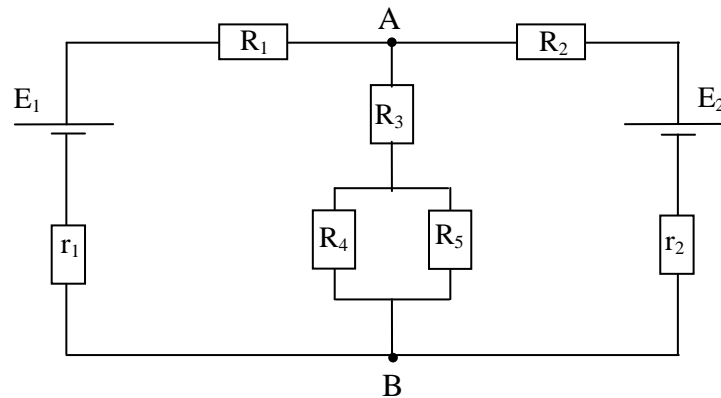


3. Soit un point M situé à 15cm du centre O des deux sphères. Le potentiel électrique crée en M par ces deux sphères est de 12 Volts.
- Déterminer les expressions du potentiel électrique dans les régions A, B et C.
  - Quelle est la forme des surfaces équipotentielles dans les régions A, B et C.
  - En déduire les positions  $r_1$  et  $r_2$  des équipotentielles  $V_1=24$  Volts et  $V_2=6$  Volts.
- Conclusion.

AN:  $R_2=2 R_1=20$  cm;  $\sigma=10^{-8}/4\pi$  Cm<sup>-2</sup> .

### Exercice 3 :

Soit le circuit électrique de la figure ci-dessous. On donne :  $E_1=7V$ ,  $E_2=10V$ ,  $R_1=10\Omega$ ,  $R_2=15\Omega$ ,  $R_3=21\Omega$ ,  $R_4=15\Omega$ ,  $R_5=10\Omega$  et  $r_1=r_2=1\Omega$ .



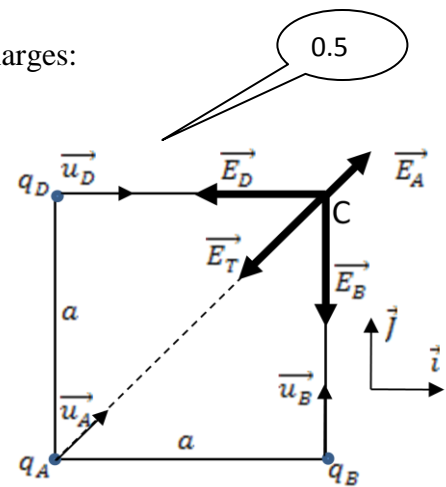
- Trouver la résistance équivalente  $R_{AB}$  entre les points A et B.
- Calculer les courants qui traversent  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_{AB}$ . En déduire les courants qui traversent  $R_4$  et  $R_5$ .
- Calculer la tension  $V_{AB}$  aux bornes de  $R_{AB}$ .
- Quelle est l'énergie dissipée par effet joule dans ce circuit durant 10 minutes de fonctionnement.

Corrigé Physique2  
 ETLD 2

Exercice 1 (6 points): choix d'un système d'axes  $(Ax, Ay)$ , base  $(\vec{i}, \vec{j})$

Solution : choix d'un système d'axes  $(Ax, Ay)$ , base  $(\vec{i}, \vec{j})$

1. Vecteur champ électrique au point C dû aux trois charges:



0.25

$$\vec{E}_T = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_D$$

$$\vec{E}_A = K \cdot \frac{q}{2a^2} \vec{u}_A = K \cdot \frac{q}{2a^2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right)$$

0.25

$$\vec{E}_B = -K \cdot \frac{q}{a^2} \vec{u}_B = -K \cdot \frac{q}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_D = -K \cdot \frac{q}{a^2} \vec{u}_D = -K \cdot \frac{q}{a^2} \vec{i}$$

0.25

$$\vec{E}_T = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_D = K \cdot \frac{q}{a^2} \left( \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 \right) (\vec{i} + \vec{j}) = -2.32 \cdot 10^{+3} (\vec{i} + \vec{j}) \left( \frac{V}{m} \right)$$

$$\|\vec{E}_T\| = 3.29 \cdot 10^{+3} \left( \frac{V}{m} \right)$$

0.25

2. potentiel dû aux trois charges au point C :

$$V(C) = V_A(C) + V_B(C) + V_D(C) = K \cdot \left( \frac{+q}{a\sqrt{2}} - \frac{q}{a} - \frac{q}{a} \right) = K \cdot \frac{q}{a} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right)$$

0.5

0.5

$$V(C) = K \cdot \frac{q}{a} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right) = -2.32 \cdot 10^{+2} V$$

3. le travail nécessaire pour déplacer une charge  $q_C = +q$  de l'infini au point C :

Le travail calculé ici est le travail d'une force extérieure « conservative » qui ne dépend que de l'état initial et l'état final :  $W_C = - \int_{\infty}^C q_C \vec{E} d\vec{l} = -q_C [V(\infty) - V(C)]$

0.5

$$W_C = q_C \cdot V(C) = K \cdot \frac{q^2}{a} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right) = -2.32 \cdot 10^{-7} \text{ Joule}$$

0.5

0.5

L'énergie potentielle de la charge  $q_C$  est  $E_P = W_C = q_C \cdot V(C) = K \cdot \frac{q^2}{a} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right)$

Au point C la charge  $q_C$  est soumise à une force électrique :

0.5

$$\vec{F}_T = q_C \vec{E}_T = K \cdot \frac{q^2}{a^2} \left( \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 \right) (\vec{i} + \vec{j}) = -2.32 \cdot 10^{-6} (\vec{i} + \vec{j}) \text{ (N)}$$

$$\|\vec{F}_T\| = 3.29 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

4. L'énergie interne du système des quatre charges est :

0.5

$$E_i \equiv U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 q_i V_i(M_i) = K \cdot \frac{2q^2}{a} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right)$$

avec :  $V_i(M_i) = \sum_{j \neq i}^4 K \frac{q_j}{r_{ij}}$ ,

soit :  $E_i \equiv U = K \cdot \frac{q^2}{a} \left( -1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 - 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \right)$

$$E_i \equiv U = K \cdot \frac{2q^2}{a} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right)$$

0.5

$$E_i = -4.65 \cdot 10^{-7} \text{ Joule}$$

Elle représente l'énergie nécessaire (travail qu'on doit fournir) pour assembler les quatre charges dans la configuration actuelle.

0.5

**Exercice 2 (8 points):**

1. l'expression du champ électrique  $\vec{E}(r)$  créée par une sphère de rayon R uniformément chargée en surface avec une densité  $\sigma$ .

$$\vec{E}(r) = E_r \vec{U}_r$$

Le flux à travers la surface :  $\Phi = \iint \vec{E} \cdot d\vec{S}$

Suivant le théorème de Gauss :

$$\Phi = \iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{inter}}{\epsilon_0}$$

Pour  $r < R$

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \iint dS = E(r) 4\pi r^2$$

$$Q_{inter} = 0$$

donc

$$E(r) 4\pi r^2 = 0 \Rightarrow E(r) = 0$$

0.5

Pour  $r > R$

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \iint dS = E(r) 4\pi r^2$$

$$Q_{inter} = \sigma 4\pi R^2$$

donc

$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

0.5

2. Deux sphères  $S_1$  et  $S_2$  concentriques :

- i) Calcul de la charge  $Q_1$  et  $Q_2$  :

$$Q_1 = \iint 4\sigma dS = 16\pi\sigma R_1^2$$

$$Q_1 = 4 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

0.5

$$Q_2 = \iint -\sigma dS = -4\pi\sigma R_2^2 = -16\pi\sigma R_1^2$$

$$Q_2 = -4 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

0.5

- ii) le champ électrique  $\vec{E}(r)$  :

Dans la région A :  $r < R_1$

$$Q_{inter} = 0$$

$$E_1(r) = 0$$

0.5

Dans la région B :  $R_1 < r < R_2$

$$Q_{inter} = 16\pi\sigma R_1^2$$

$$E_2(r) = \frac{4\sigma R_1^2}{\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

0.5

Dans la région C :  $r > R_2$

$$Q_{inter} = 16\pi\sigma R_1^2 - 4\pi\sigma R_2^2 = 0$$

$$E_3(r) = 0$$

0.5

3. M situé à 15cm du centre O des deux sphères.

i) L'expression du potentiel électrique :

$$\vec{E} = -\vec{grad}V$$

$$V(r) = -\int E(r)dr + C$$

Dans la région A :  $r \leq R_1$

$$V_1(r) = -\int E_1(r)dr + C_1$$

$$V_1(r) = C_1$$

Dans la région B :  $R_1 \leq r \leq R_2$

$$V_2(r) = -\int E_2(r)dr + C_2$$

$$V_1(R_1) = V_2(R_1)$$

$$V_2(r) = \frac{4\sigma R_1^2}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} \right) + C_1$$

Dans la région C :  $r \geq R_2$

$$V_3(r) = -\int E_3(r)dr + C_3$$

$$V_3(r) = C_3$$

$$V_3(R_2) = V_2(R_2)$$

$$\text{Avec : } V_2(15\text{cm}) = 12 \text{ Volt}$$

$$\Rightarrow C_1 = 24 \text{ Volt et } V_3(R_2) = V_2(R_2) = 6 \text{ Volt}$$

D'où :

$$V_1(r) = 24 \text{ Volt}$$

$$r \leq R_1$$

0.5

$$V_2(r) = \frac{4\sigma R_1^2}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} \right) - 12$$

$$R_1 \leq r \leq R_2$$

0.5

$$V_3(r) = 6 \text{ Volt}$$

$$r \geq R_2$$

0.5

ii) La forme des surfaces équipotentielles:

0.5

Dans la région A :  $r \leq R_1$

La sphère de rayon  $R_1$  est une surface équipotentielle  $V_1(r) = 24 \text{ Volt}$

Dans la région B :  $R_1 \leq r \leq R_2$

Les équipotentielles sont de formes sphériques

0.5

Dans la région C :  $r \geq R_2$

La sphère de rayon  $R_2$  est une surface équipotentielle  $V_3(r) = 6 \text{ Volt}$

0.5

iii) Positions  $r_1$  et  $r_2$  des équipotentielles

$$V(r) = 24 \text{ Volt} \Rightarrow r \leq R_1$$

0.5

$$V(r) = 6 \text{ Volt} \Rightarrow r \geq R_2$$

0.5

Conclusion :

$$6 \text{ Volt} \leq V(r) \leq 12 \text{ Volt} \Rightarrow R_1 \leq r \leq R_2$$

0.5

### Exercice 3 (6 points) :

0.75

1.  $R_{AB} = 27 \Omega$

2. Courant traversant  $R_1$  :  $I_1 = 0,03\text{A}$

0.75

Courant traversant  $R_2$  :  $I_2 = 0,21\text{A}$

0.75

Courant traversant  $R_{AB}$  :  $I_3 = 0,24\text{A}$

0.75

Courant traversant  $R_4$  :  $I_1 = 0,096\text{A}$

0.75

Courant traversant  $R_5$  :  $I_1 = 0,144\text{A}$

0.75

3.  $V_{AB} = R_{AB}I_3 = 6,48\text{V}$

0.5

4.  $W_J = W_J = [(r_1 + R_1)I_1^2 + (r_2 + R_2)I_2^2 + R_{AB}I_3^2] \cdot t$

0.5

$W_J = 1362,4 \text{ J}$

0.5