

Examen d'ordonnancement Semestre 2 (Durée 1h30)

Choisissez trois exercices parmi les six exercices suivants (Les questions de cours sont obligatoires):

Questions de cours (obligatoires) (5pts) :

- 1- Expliquer que veut dire les trois champs $\alpha|\beta|\gamma$ dans un problème d'ordonnancement:
- 2- Comment calculer : L_j (Lateness ou retard algébrique), E_j (Earliness ou avance) et T_j (Tardiness ou retard) d'un job j .
- 3- A quel champ appartient chaque notation : **prmp, P4, brkdown , ΣU_j** .

Exercice 1 (5pts):

Soit le problème Total Weighted Completion Time and Chains ($1|chains|\Sigma w_jC_j$) **avec interruption**.

Job (j)	1	2	3	4	5	6	7
W_j	6	18	12	8	8	17	18
P_j	3	6	6	5	4	8	10

Chaine 1 : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$

Chaine 2 : $5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$

Trouver la ou les séquence(s) optimale(s) de ce problème d'ordonnancement.

Exercice 2 (5pts) :

Soit le problème d'ordonnancement $1||\Sigma U_j$ (minimum number of tardy jobs).

Jobs (j)	1	2	3	4	5
p_j	7	8	4	6	6
d_j	9	17	18	19	21

- 1- Trouver la ou les séquence(s) optimale(s) de ce problème d'ordonnancement.
- 2- Calculer ΣU_j .

Exercice 3 (5pts) :

Soit le problème $P4 | | C_{max}$ avec les données suivantes :

Jobs (j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_j	10	6	8	9	7	4	6	8	6

- 1- Trouvé le meilleur séquençement en utilisant la règle LPT et déterminer la fonction objective C_{max} .
- 2- Déterminez l'ordonnancement optimal (par intuition) comparez sa fonction objectif avec celle de LPT.

Exercice 4 (5pts) :

Supposons les poids attribués w_j pour chaque job j .

Jobs (j)	p_j	w_j	d_j
1	3	7	8
2	6	4	12
3	4	3	10
4	2	1	6
5	8	16	14
6	5	5	4

- 1- Résoudre le problème des 6 jobs suivants en utilisant la règle de séquençement WSPT.
- 2- Déterminer : S_j (Starting time), C_j (Completion Time), W_j (Waiting time), L_j (Lateness ou retard algébrique), T_j (Tardiness ou retard).
- 3- Quels sont les jobs en retard et les jobs en avance.

Exercice 5 (5pts):

Soit le problème F2 | | C_{max}

Avec les données suivantes :

Jobs (j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p1_j$	6	5	4	6	8	8	4	7	9	3
$p2_j$	4	7	5	4	7	9	7	8	4	5

Déterminez un ordonnancement optimal et calculez la fonction objectif pour cet ordonnancement

Exercice 6 (5pts):

Déterminer la séquence optimale du problème F4 | prmu, $p_{ij}=p_j$ | $\sum C_j$

Avec les données suivantes :

Jobs (j)	1	2	3	4	5	6	7
p_j	3	7	11	6	5	8	8

Solution Examen Ordonnancement GPL2S4 (2012/2013)

Questions de cours (5pts):

- 1- α : Représente le type d'atelier.
 β : Les contraintes.
 γ : La ou Les fonctions objectives à optimiser.
- 2- $L_j = c_j - d_j$; $E_j = \max(d_j - c_j, 0)$; $T_i = \max(c_i - d_i, 0)$.
- 3- **Prmp** : β
P4 : α
brkdwn : β
 ΣU_j : γ

Exercice 1 (5pts):

Méthode 1 :

Chaine 1 des Jobs (1-2-3-4)	1	1→2	1→2→3	1→2→3→4
Facteur ρ	2	2.67	2.4	2.2
Chaine 2 des Jobs (5-6-7)	5	5→6	5→6→7	
Facteur ρ	2	2.083	1.95	

Facteur ρ de la chaine 1 = 2.67 correspond au job 2.
 Facteur ρ de la chaine 2 = 2.083 correspond au job 6.
 Le job sélectionné est : 2
 Séquence : 1-2

Chaine 1 des Jobs (1-2-3-4)	3	3→4	
Facteur ρ	2	1.818	
Chaine 2 des Jobs (5-6-7)	5	5→6	5→6→7
Facteur ρ	2	2.083	1.95

Facteur ρ de la chaine 1 = 2 correspond au job 3.
 Facteur ρ de la chaine 2 = 2.083 correspond au job 6.
 Le job sélectionné est : 6
 Séquence : 1-2-5-6

Chaine 1 des Jobs (1-2-3-4)	3	3→4
Facteur ρ	2	1.818
Chaine 2 des Jobs (5-6-7)	7	
Facteur ρ	1.8	

Facteur ρ de la chaine 1 = 2 correspond au job 3.
 Facteur ρ de la chaine 2 = 1.8 correspond au job 7.
 Le job sélectionné est : 3
 Séquence : 1-2-5-6-3

Chaine 1 des Jobs (1-2-3-4)	4
Facteur ρ	1.6
Chaine 2 des Jobs (5-6-7)	7
Facteur ρ	1.8

Facteur ρ de la chaine 1 = 1.6 correspond au job 4.
 Facteur ρ de la chaine 2 = 1.8 correspond au job 7.
 Le job sélectionné est : 7
 Séquence : 1-2-5-6-3-7
 Le dernier job à ordonnancé est : 4.

Séquence Finale : 1-2-5-6-3-7-4

Méthode 2 :

Avec les taches organisées en chaînes à exécution sans interruption la règle d'ordonnancement WSPT par rapport aux

chaînes est optimale le calcul des $\frac{\sum_{j=1}^k w_j}{\sum_{j=1}^k p_j}$ pour chaque chaîne donne :

La chaîne 1 : 2.2
 La chaîne 2 : 1.95

Donc la séquence optimale est : 1-2-3-4-5-6-7.

Exercice 2 (5pts):

Problème d'ordonnancement 1 || $\sum U_j$:

$J = \emptyset, J^d = \emptyset, J^c = \{1, \dots, 5\}$

$J^*=1 \quad J = \{1\}, J^d = \emptyset, J^c = \{2, 3, 4, 5\}, t=7 < 9 = d_1$

$J^*=2 \quad J = \{1, 2\}, J^d = \emptyset, J^c = \{3, 4, 5\}, t=15 < 17 = d_2$

$J^*=3 \quad J = \{1, 2, 3\}, J^d = \emptyset, J^c = \{4, 5\}, t=19 > 18 = d_3$

$k^*=2 \quad J = \{1, 3\}, J^d = \{2\}, t=11$

$J^*=4 \quad J = \{1, 3, 4\}, J^d = \{2\}, J^c = \{5\}, t=17 < 19 = d_4$

$J^*=5 \quad J = \{1, 3, 4, 5\}, J^d = \{2\}, J^c = \emptyset, t=23 > 21 = d_5$

$k^*=1 \quad J = \{3, 4, 5\}, J^d = \{2, 1\}, t=16 < 21 = d_5$

Ordonnancement optimale 3, 4, 5, 1, 2

$\sum U_j = 2$

Exercice 3 (5pts):

Le problème P4 | | Cmax

1- La séquence de la règle LPT est comme suit : 1-4-3-8-5-2-7-9-6.

On va sélectionner les jobs 1,4,3,8 pour être ordonnancés sur les machines M1, M2, M3 et M4 respectivement (voir tableau suivant).

Machine (M)	Job	Start time (S _j)	Process Time p _j	Completion time C _j
M1	1	0	10	10
M2	4	0	9	9
M3	3	0	8	8
M4	8	0	8	8

Ordonnancement partiel 1.

Machine (M)	Job	Start time (S _j)	Process Time p _j	Completion time C _j
M3	5	8	7	15
M4	2	8	6	14

Ordonnancement partiel 2.

Machine (M)	Job	Start time (S _j)	Process Time p _j	Completion time C _j
M2	7	9	6	15
M1	9	10	6	16

Ordonnancement partiel 3.

Machine (M)	Job	Start time (S _j)	Process Time p _j	Completion time C _j
M4	6	14	4	18

Ordonnancement partiel 3.

L'un des meilleurs séquençement avec la règle LPT :

M1	1	9	
M2	4	7	
M3	3	5	
M4	8	2	6

Cmax(LPT)=18.

2- Si on fait un calcul selon la relation : $\frac{C_{\max}(LPT)}{C_{\max}(OPT)} \leq \frac{4}{3} - \frac{1}{3m}$ (m=4, le nombre de machines)

Cmax(optimale) >= 14.4

M1	1	2	
M2	3	8	
M3	4	5	
M4	6	7	9

Par intuition **Cmax (OPT)= 16.**

Si on fait la somme de tous les pj et on la divise par 4 on trouve : 64/4=16.

Cmax (OPT) < Cmax (LPT)

Exercice 4 (5pts):

1-La séquence optimale : 1-5-6-3-2-4.

2-Calcul des différents paramètres :

Job(j)	wj/pj	pj	Wj	Sj	Cj	dj	Wj	Lj	Tj
1	2.33	3	7	0	3	8	0	-5	0
5	2	8	16	3	11	14	3	-3	0
6	1	5	5	11	16	4	11	12	12
3	0.75	4	3	16	20	10	16	10	10
2	0.67	6	4	20	26	12	20	14	14
4	0.5	2	1	26	28	6	26	22	22

3- Les jobs en retard : 6,3, 2 et 4

Les jobs en avance : 1 et 5

Exercice 05 :

On divise les tâches en deux groupes :

Groupe1= {2, 3, 6, 7, 8,10}

Groupe2= {1, 4, 5, 9}

L'ordre des tâches de chaque groupe :

Spt (1)= {10, 3, 7, 2, 8, 6}

Lpt(2)= {5,1, 4, 9}

Séquence optimale= 10, 3, 7, 2, 8, 6, 5,1, 4, 9

Diagramme de Gantt

La valeur optimale de Cmax= 64

Exercice 06 :

La règle SPT donne la solution optimale

La séquence optimale est 1, 5, 4, 2, 6, 7, 3

Diagramme de Gantt

La valeur optimale = C1+C5+C4+C2+C6+C7+C3 = 12+23+32+42+53+61+81= 304.