

Examen final

Exercice 1 :

1. Résoudre l'équation diophantienne suivante :

$$74x + 54y = 2000$$

2. Trouver la solution (x, y) , telle que $x > 0$ et $y > 0$.

Exercice 2 : Soit la matrice $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1. Calculer P^{-1} .

2. Soit la matrice $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

calculer le produit des trois matrices $P^{-1}AP$.

3. Dédurre de ce qui précède l'expression de A^n ; où n est un entier naturel.

Exercice 3 : Soient a, b, k et n des entiers naturel non nuls

Montrer par deux méthodes différentes l'implication suivante :

$$a \equiv b[k] \Rightarrow a^n \equiv b^n[k]$$

Barème :

Exercice 1 : 7 points ; question1= 5 points, question2= 2points.

Exercice 2 : 8 points ; question1= 3points, question2= 3points, question3= 2points.

Exercice 3 : 5 points ; première méthode = 2.5 point, deuxième méthode= 2.5 point.