E.S.I / 1CPI 07 Mai 2012 $2^{ème}$ interrogation ANA2 Durée : 1H

Exercice 1

1/ Montrer que la fonction f donner par : $f(t) = \int_0^{+\infty} x^t e^{-x} dx$ est définie pour $t > -1$.

2/ Trouver une relation de récurrence entre $f(n)$ et $f(n-1)$, $n \in \mathbb{N}^*$ et en déduire la valeur de $f(n)$.

Exercice 2

Etudier la nature des intégrales généralisées suivantes

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{x - \sin(x)}{x^\alpha} dx \quad ; \alpha \in \mathbb{R}$$

$$J = \int_0^1 \frac{\ln(x)}{1 - x^2} dx$$

Exercice 3

1/ Montrer que les integrales généralisées suivantes sont divergentes.

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{1+x} \text{ et } \int_2^{+\infty} \frac{dx}{1-x}$$

2/ Que peut-on dire de $\int_2^{+\infty} \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} \right) dx$?