(Moins 0,25 pt pour chaque unité manquante ou fausse)

EXERCICE 1 : ***(4Pts)***

Ganymède, l'un des satellites du Jupiter, a une trajectoire quasi circulaire, de rayon $\boldsymbol{R_G}$ centrée sur le centre de Jupiter. $\boldsymbol{M_J}$ et $\boldsymbol{m_G}$ sont les masses de Jupiter et Ganymède respectivement. Ce satellite est repéré par ses coordonnées polaires $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{\theta}$ (**figure 1**).

1) Rappeler l'expression du vecteur vitesse en coordonnées polaires. En déduire l'énergie cinétique $\boldsymbol{E_c}$ du satellite.
2) Donner l'expression de la force agissant sur le satellite. En déduire son énergie potentielle $\boldsymbol{E_p}$. (On supposera $\boldsymbol{E_p}$ nulle à l'infini)
3) Déterminer le moment cinétique $\vec{L}$ du satellite par rapport à $\boldsymbol{O}$ le centre de Jupiter et le représenter qualitativement .
4) En déduire l'expression de l'énergie totale de Ganymède en fonction de $\boldsymbol{L}$ et des données du problème.

EXERCICE 2 : ***(4Pts)***

Une poutre de masse $\boldsymbol{M = 100\ kg}$, de centre $\boldsymbol{O}$ et de longueur $\boldsymbol{L = 5m}$, repose sur deux supports **A** et **B** distants de $\boldsymbol{d = 3m}$. Un individu de masse $\boldsymbol{m = 75\ kg}$ se déplace (*sans frottement*) le long de la poutre en partant de l'extrémité **A** (**figure 2**).

On veut savoir quelle est la distance maximale $\boldsymbol{x_{max}}$ à laquelle peut s'éloigner l'individu tout en conservant **l'équilibre de la poutre.**

1) Représenter qualitativement sur un schéma les forces agissant sur la poutre.
2) Déterminer l'expression du vecteur moment de chacune des forces par rapport au point **B**. A votre avis pourquoi on a choisi ce point (**B**) ?
3) Donner la condition de l'équilibre de la poutre. En déduire la réaction du support A sur la poutre $\boldsymbol{R_A}$ en fonction de $\boldsymbol{x}$.
4) Calculez la distance maximale $\boldsymbol{x_{max}}$. (On prends $\boldsymbol{g=10\ m/s^2}$).

(Poutre : Grosse pièce de charpente en bois ou métal soutenant une construction).

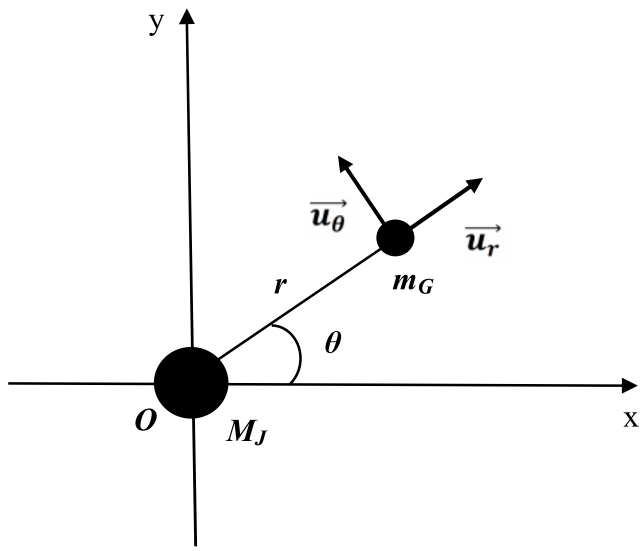

Figure -1-

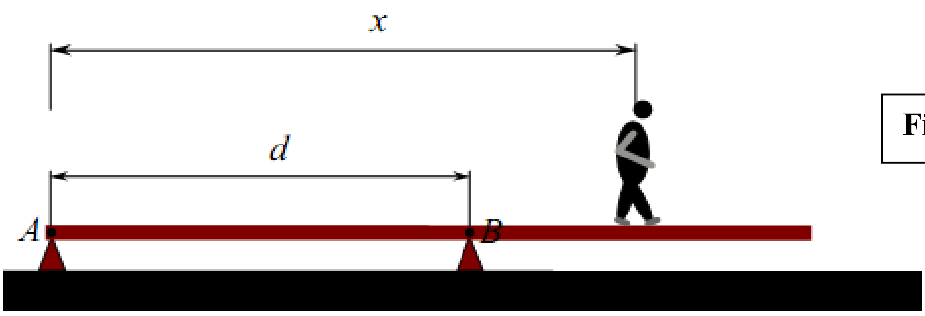

Figure -2-

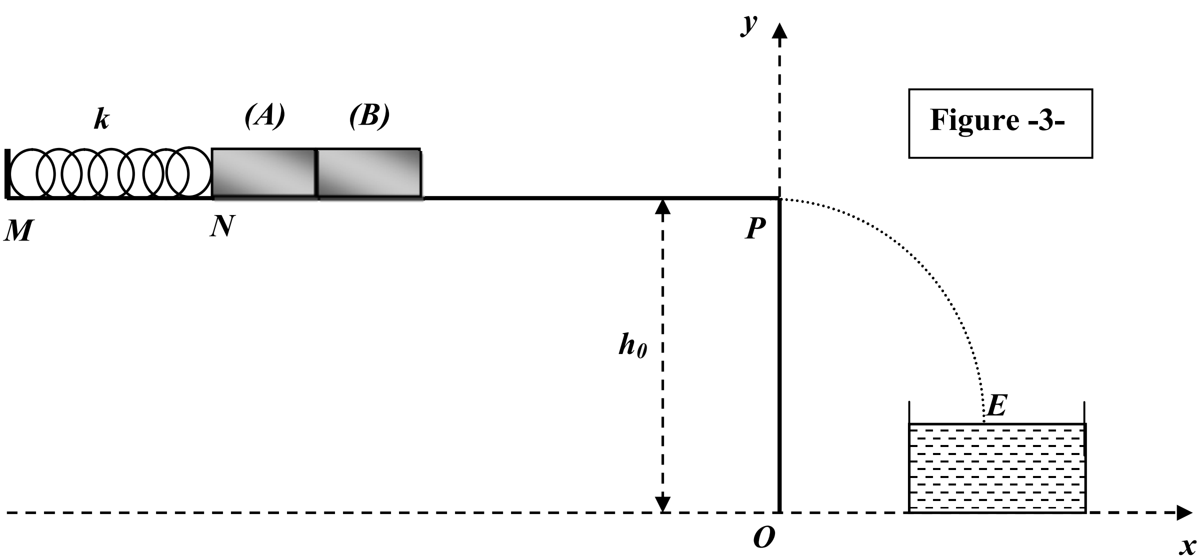

Figure -3-

Problème :

Le schéma de la figure 3 représente une trajectoire ***(MNP)*** formée d'un plan horizontal qui se trouve à une hauteur h_0 par rapport au niveau du sol. On fixe au point ***M*** de cette trajectoire un ressort parfait de constante de raideur ***k***. Son extrémité libre est positionnée au niveau du point ***N***. On place contre cette extrémité libre deux corps ***(A)*** et ***(B)*** identiques, au contact l'un de l'autre, et de même masse ***m*** comme il apparaît sur la figure 3. Les frottements entre ces deux corps et le plan sont caractérisés par un coefficient de frottement dynamique μ_d.

On donne : $m=500\ g$, $NP=2\ m$, $h_0=1\ m$, $k=100\ N/m$, $\mu_d=0,4$ et $g=10\ m/s^2$.

Partie A :
A-1-Déterminer la valeur du coefficient de frottement statique μ_S entre le système constitué par les deux corps et le plan ***(MNP)*** sachant qu'il y a rupture de l'équilibre à partir d'une compression $\Delta x_0=5cm$.
A-2-On comprime le ressort de $\Delta x_1=15cm$ et on abandonne le système sans vitesse initiale. On supposera que pendant le mouvement, les deux corps restent au contact l'un de l'autre. Représenter qualitativement les forces qui s'exercent sur chacun des deux corps puis déterminer le module de la force exercée par le corps ***(A)*** sur le corps ***(B)*** lorsque la compression du ressort atteint la valeur $\Delta x_2=10cm$.

A-3-Pour cette dernière compression, représenter à l'échelle : ***1cm→2N***, les forces qui agissent sur chacun des deux corps séparément.

Partie B : On enlève le corps ***(B)*** et on place le corps ***(A)*** seul contre l'extrémité libre du ressort

B-1-De combien doit-on comprimer le ressort pour que le corps arrive au point ***P*** avec une vitesse $V_p=2\ m/s$?

B-2-A partir du point ***P***, le corps quitte le plan ***(MNP)*** avec la vitesse $\overrightarrow{V_P}$ précédente. En négligeant les frottements entre le corps et l'air et en prenant pour origine des temps l'instant où il quitte la trajectoire ***(MNP)***, établir l'équation de la trajectoire décrite par le corps au cours de son mouvement dans le repère (xoy) de la figure 3.

B-3-Calculer les composantes de la vitesse $\overrightarrow{V_S}$ de la masse **m** au niveau du sol et en déduire son module.

Partie C : Au lieu de toucher le sol, la masse ***m*** tombe au point ***E*** dans une bassine remplie d'eau. Les frottements visqueux sont caractérisés par une force $\vec{f} = -\alpha\vec{V}$ (figure3). On suppose dans cette partie l'origine du temps, l'instant où la masse m pénètre dans la bassine avec une vitesse $\overrightarrow{V_E}$ supposée verticale et ayant le module de la vitesse calculée à la question B-3. On néglige la poussée d'Archimède.

C-1-Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à la masse ***m*** ? En déduire l'équation du mouvement.

C-2-Montrer que, lors de la pénétration de la masse ***m*** dans la bassine, la variation de sa vitesse en fonction du temps est donnée par l'expression suivante :

$$V(t) = V_L\left[1 - e^{-t/\tau}\right] + V_E e^{-t/\tau}$$

Déduire V_L et τ pour $\alpha=10Kg/s$.