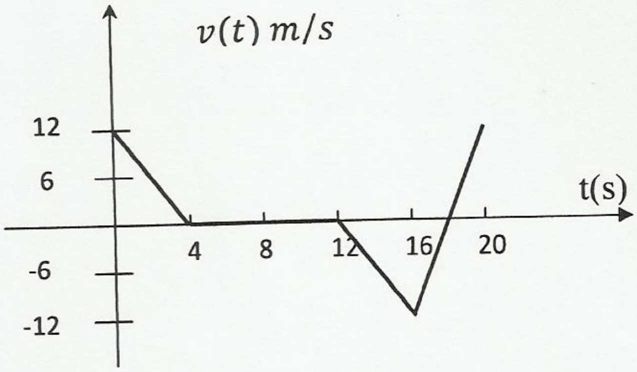
ESI — École Nationale Supérieure d'Informatique

Contrôle Intermediaire
Durée 2h

Mécanique du point
Samedi 28 Avril 2012

Exercice 1 (*5points*)
Le graphe ci-dessous correspond à la variation de la vitesse d'un mobile animé par un mouvement rectiligne. On donne à $t = 0s, x(0) = 0$.



1. Tracer le diagramme des accélérations dans l'intervalle de temps considéré. Déduire la nature mouvement dans chaque phase.
2. Ecrire les équations horaires $v_x(t)$ et $x(t)$ de chaque phase.
3. Tracer le diagramme $x(t)$.
4. Calculer la distance totale parcourue

Exercice 2 (*4points*)
Soit, dans un plan (*P*), un repère orthonormé *xOy* et un mobile *M* se déplaçant dans ce plan. A la date *t*, ses coordonnées sont définies par :

$$x = 2\left(cos\left(\frac{t}{2}\right) - \sin\left(\frac{t}{2}\right)\right) \quad ; \quad y = 2\left(cos\left(\frac{t}{2}\right) + \sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)$$

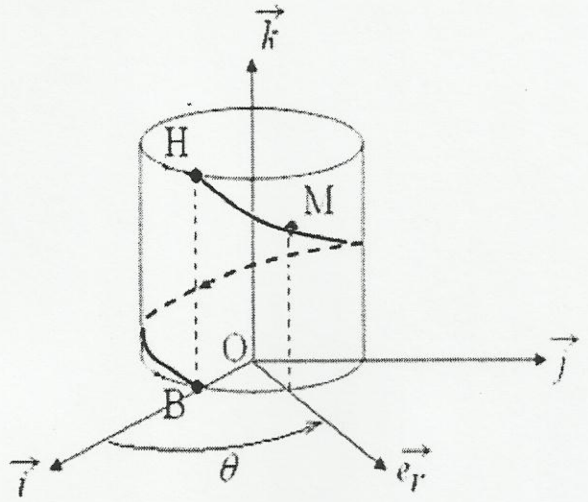
1. Quelle est la trajectoire du mobile ?
2. Calculer les composantes à la date *t* du vecteur vitesse $\vec{v}$ et du vecteur accélération $\vec{a}$ de ce mobile. Quelle relation y a- t- il entre $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{a}$?
3. Au bout de combien de temps le mobile repasse-il par une même position sur la courbe ?

Exercice 3 : (*4points*)
Une catapulte du Moyen-âge pouvait projeter une pierre de 75 *Kg* à 50 *m/s* selon un angle de projection de 30° . Supposons que la cible soit un mur fortifié de 12 *m* de haut situé à une distance horizontale de 200 *m*.
1. La pierre va-t-elle toucher le mur ?
2. Si oui, à quelle hauteur ? .
3. A quel angle ?

(N.B : Catapulte : machine de guerre dont on se servait autrefois pour lancer des pierres.)

Exercice 4 : (*7points*)

On considère un cylindre d'axe vertical, circulaire de rayon R et de hauteur $2\pi R$, auquel est lié le repère cartésien orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ supposé galiléen (voir le dessin).



La surface latérale du cylindre porte un tube mince de forme hélicoïdale $\widehat{HB}$ dans le lequel se déplace un point matériel M. les équations paramétriques de la trajectoire du point M sont données par,

$$\begin{cases} x = R\cos\theta \\ y = R\sin\theta \\ z = R(2\pi - \theta) \end{cases} \quad , \qquad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

En particulier, le point H correspond à $\theta = 0$, *et le point B à* $\theta = 2\pi$.

1. Ecrire le vecteur position du point M dans la base cylindrique habituelle $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{k})$.
2. Ecrire de même le vecteur vitesse du point M. Quelle est sa norme ?
3. Déterminer une relation entre l'abscisse curviligne s du point M et l'angle θ, sachant que $s = 0$ lorsque $\theta = 0$.
4. Montrer que le vecteur unitaire tangent au point M est,

$$\vec{T} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j} - \vec{k})$$

5. Ecrire le vecteur accélération du point M dans la base cylindrique, et calculer sa norme.
6. En déduire, en fonction de R, de θ et de ses dérivées, l'accélération tangentielle, l'accélération normale du point M, ainsi que le rayon de courbure. ρ de la trajectoire en M.