

ESI/CPI  
2013/2014

INTERROGATION ECRITE N° 2

ANALYSE (I)

Durée : 1 heure

EXERCICE 1 (12 POINTS )

Soit  $(U_n)$  la suite numérique définie par :

$$U_0=1 \quad \text{Et} \quad U_{n+1}=2 / U_n + 1 .$$

- 1) Montrer que  $U_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}$ .
- 2) Donner la fonction  $f(x)$  tq  $U_{n+1} = f(U_n)$ .
- 3) Calculer la valeur de la limite si elle existe.
- 4) Etudier le sens de variation de  $f(x)$  sur  $]0, +\infty[$ .
- 5) Est-ce que  $(U_n)$  est monotone ?
- 6) Montrer que  $(U_{2n})$  et  $(U_{2n+1})$  sont adjacentes.
- 7) Conclure.

Exercice 2 (8 points)

Soit  $g(x) = E(x) \cdot \sin \pi x$ , pour  $x \geq 0$ .

- 1) Déterminer les  $x \geq 0$  tq  $g(x) = 0$ .
- 2) Etudier la continuité de  $g(x)$  sur  $]m, m+1[$ ,  $m \in \mathbb{N}$
- 3) Etudier la continuité de  $g(x)$  en  $m \in \mathbb{N}$ .
- 4) Conclure.
- 5) Est-ce que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  existe ? Justifier.