

2^{ème} Interrogation d'analyse 1

Exercice 1

Soit la suite (U_n) définie par
$$\begin{cases} U_0 \in \mathbb{R} \\ \forall n \in \mathbb{N} : U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n(U_n^2 - 3U_n + 4) \end{cases}$$

Suivant les valeurs de U_0 dans \mathbb{R} , étudier la nature de (U_n) .

Dans le cas où (U_n) est convergente, donner sa limite.

Exercice 2

Soit f une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{E(x) - 1}{E(x) + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1/ Donner le domaine de définition de f .

2/ Montrer que, $\forall x \geq 2 : \frac{x-2}{x+1} \leq \frac{E(x)-1}{E(x)+1} \leq \frac{x-1}{x}$

3/ On déduire limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$

4/ Etudier la continuité de f en tout point de son domaine de définition.