

Exercice 1 (6 points)

Soit $A = \left\{ \frac{[x]}{x} : x \in \mathbb{R}_+^* \right\}$

- 1/ Montrer que A est borné
- 2/ Est-ce que $\max(A)$ et $\min(A)$ existent ? justifier.
- 3/ Déterminer $\sup(A)$ et $\inf(A)$.

Exercice 2 (5 points)

Soit A une partie non vide et minorée de \mathbb{R} , on pose $\mu = \inf(A)$ et on considère la partie $B = A \cap]-\infty, \mu + 1]$

- 1/ B est-elle minorée ?
- 2/ Déterminer $\inf(B)$, si elle existe

Exercice 3 (9 points)

Soit $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ de \mathbb{R} vers \mathbb{R} .

- 1/ Est-ce que f est injective, surjective sur \mathbb{R} ?
- 2/ Déterminer i) $f^{-1}\left(\left\{-1, -\frac{1}{2}, 0\right\}\right)$
ii) $f^{-1}([0, 1])$.