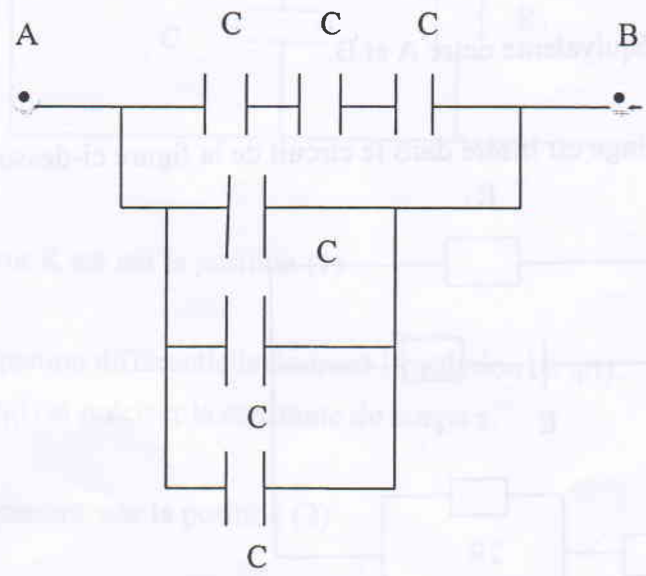
ESI, Novembre 2011.

Electricité.

Contrôle continu N° 01

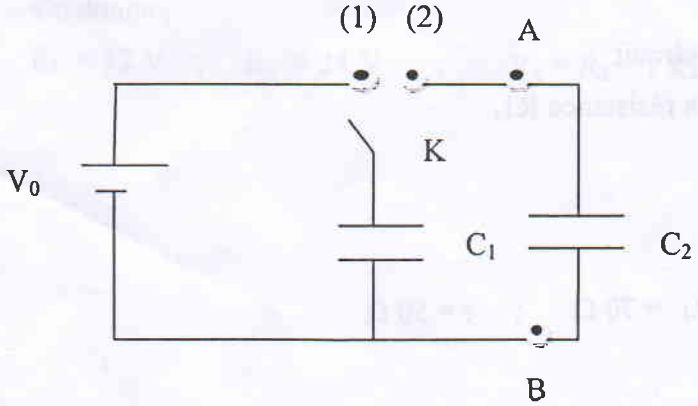
Exercice N°1 : (7 pts)

1- Soit le circuit de la figure qui suit :



Calculer la capacité équivalente C_1 de ce circuit. On donne $C = 3\mu F$

2- On charge complètement le condensateur C_1 en mettant l'interrupteur K sur la position (1). On met par la suite K sur la position (2).



a- Déterminer la différence de potentiel (d.d.p) entre les bornes A et B quand l'équilibre est établi.

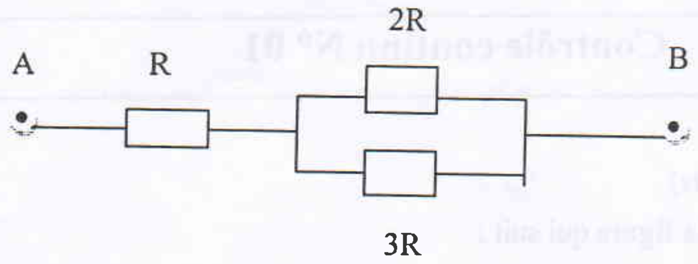
b- Déterminer les charges finales des 2 condensateurs.

c- Déterminer l'énergie emmagasinée à l'état final E_f et à l'état initial E_i.

En déduire l'expression de E_f en fonction de E_i.

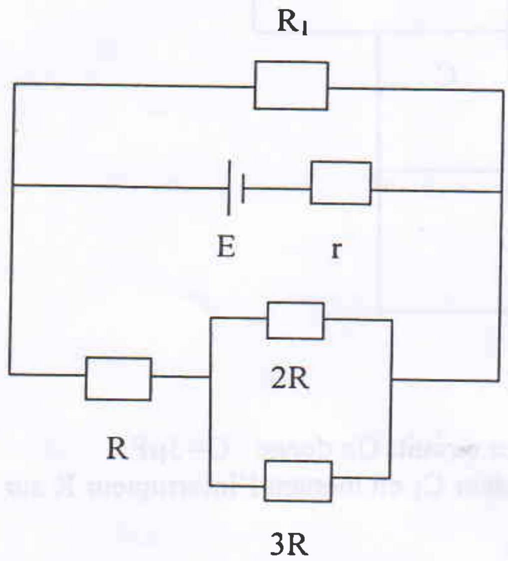
Exercice N°2 : (4 pts)

1- On considère l'association de résistances suivante :



Calculer la résistance équivalente entre A et B.

2- Cet assemblage est inséré dans le circuit de la figure ci-dessous :



a – Donner le schéma équivalent du circuit

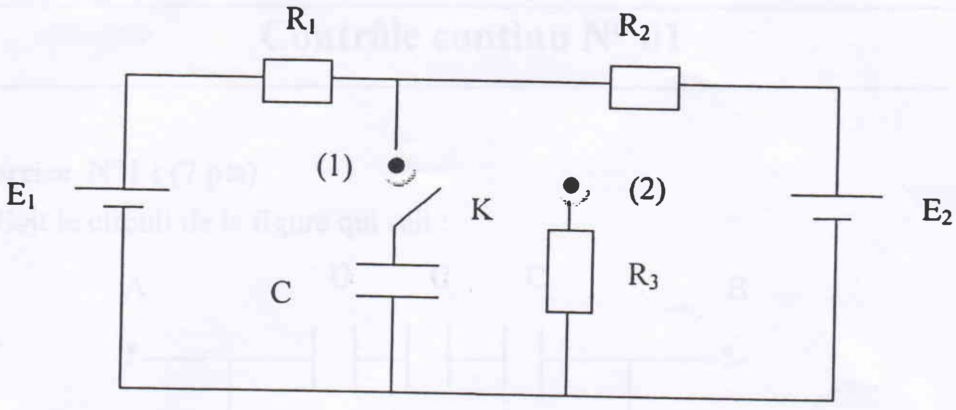
b – Calculer le courant qui traverse la résistance R1.

On donne :

$E = 6\ V$; $R = 5\ \Omega$; $R_1 = 70\ \Omega$; $r = 50\ \Omega$

Exercice N°3 : (9 pts)

Soit le circuit suivant où C est initialement non chargé :



I. L'interrupteur K est sur la position (1)

1 – Ecrire l'équation différentielle donnant l'évolution de q(t).

2 – Calculer q(t) et préciser la constante du temps τ.

II.- K est maintenant sur la position (2)

1 – Calculer la différence de potentiel V_c (t) aux bornes du condensateur.

2 – En déduire la constante du temps τ'

On donne :

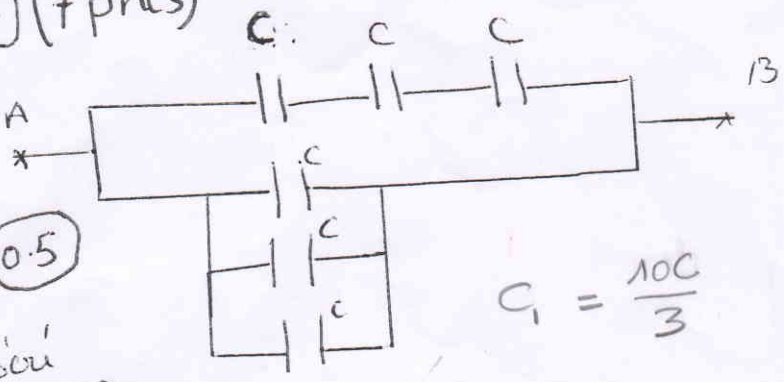
$E_1 = 12$ V ; $E_2 = 24$ V ; $R_1 = R_2 = 1$ KΩ ; $R_3 = 0,5$ KΩ ; $C = 20$ µF

R_3 $\frac{E_1+E_2}{2} = \frac{36}{2}$

Corrigé du contrôle Intermédiaire N°1 d'élec

EXERCICE N°1 (7 pnts)

1- C_1 ?



$C_1 = C' + C''$ 0.5

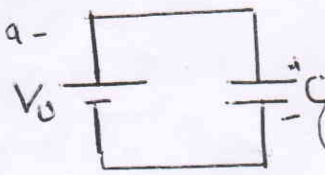
avec $C' = \frac{C}{3}$

et $C'' = 3C$ d'où

$C_1 = \frac{10C}{3}$

$\boxed{C_1 = 10\,\mu F}$ 0.5

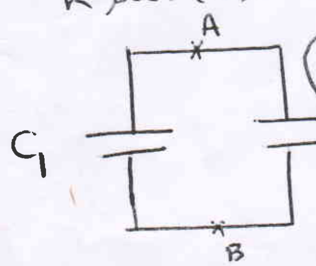
2- a-



0.25

à l'état initial K sur (1) $V_0 = \frac{q_0}{C_1}$ 0.5

K sur (2)



0.25

$q_0 = q_1 + q_2$ (conservation de la charge totale) 0.5

$C_1V_0 = C_1V + C_2V$

$= V(C_1 + C_2)$

d'où $\boxed{V = V_A - V_B = V_0 \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}}$ 1

b- $q_1 = C_1 V$ 0.25 et $q_2 = C_2 V$ 0.25

$q_1 = V_0 \frac{C_1^2}{C_1 + C_2}$ 0.5 et $q_2 = C_2 C_1 \cdot \frac{V_0}{C_1 + C_2}$ 0.5

c- $\boxed{E_i = \frac{1}{2} C_1 V_0^2}$ 0.5

$E_f = \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2$ 0.5

$= \frac{1}{2} V^2 [C_1 + C_2]$

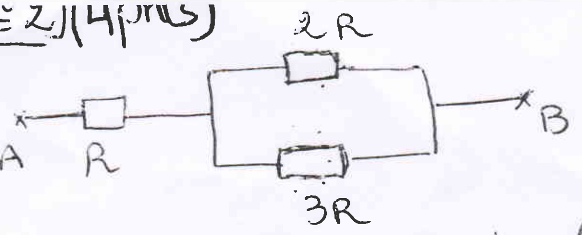
$= \frac{1}{2} V_0^2 \frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)^2} [C_1 + C_2] = \frac{1}{2} V_0^2 \frac{C_1^2}{C_1 + C_2}$

$\boxed{E_f = \frac{1}{2} \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} \cdot V_0^2}$ 0.5

$\boxed{E_f = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot E_i}$ 0.5

EXERCICE N°2 (4 pnts)

1-

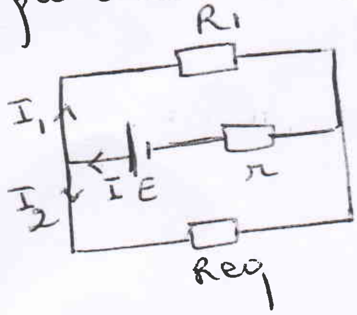


Req? $R_{eq} = R + R'_{eq}$ 0.5 et $\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} = \frac{5}{6R}$

$R'_{eq} = \frac{6R}{5}$

d'où $R_{eq} = \frac{11}{5} . 5 = 11\ \Omega$ 0.5

2-a. Schéma équivalent :



0.5

b- I_1?

Loi des noeuds : $I = I_1 + I_2$ ....(1)

Loi des mailles : $rI - E + R_1 I_1 = 0$ ...(2)

$R_1 I_1 - R_{eq} I_2 = 0$ ...(3) 1

de (3) → $I_2 = \frac{R_1}{R_{eq}} . I_1$ .....(1)'

(1)' et (1) dans (2) ⇒ $(R_1 + r) I_1 + r \frac{R_1}{R_{eq}} . I_1 = E$ ⇒

$I_1 = \frac{E}{(r + R_1) + r\frac{R_1}{R_{eq}}} = \frac{E . R_{eq}}{(r + R_1) R_{eq} + r R_1}$

$$\boxed{I_1 = \frac{E\, R_{eq}}{(r + R_1) R_{eq} + r R_1}}$$ 1

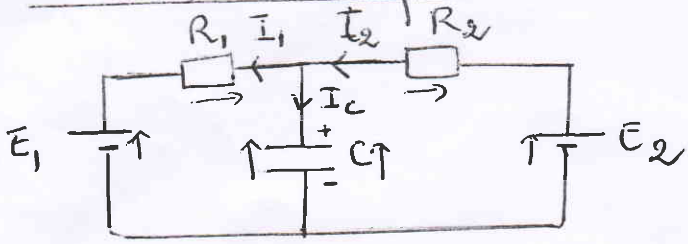
A.N : $\boxed{I_1 = 13,7\ mA}$ 0.5

$I_2 = \quad E R_1$

EXERCICE N°3 (9pnts)

1- Equation différentielle de q(t) ?

K est sur la position 1



0.5

$I_2 = I_C + I_1 \Rightarrow I_C = I_2 - I_1 \text{ ---- } (3)$

$E_1 + R_1 I_1 - V_C = 0 \Rightarrow I_1 = \dfrac{V_C - E_1}{R_1} \text{ ... } (1)$

$E_2 - R_2 I_2 - V_C = 0 \Rightarrow I_2 = \dfrac{E_2 - V_C}{R_2} \cdot (2)$

d'où (1) et (2) dans (3)

$$\frac{dq}{dt} = \left(\frac{E_2 - V_C}{R_2}\right) - \left(\frac{V_C - E_1}{R_1}\right)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_1}{R_1} - V_C\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$$

1

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}\left[\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}\right] = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}$$

1

2- $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{\tau} = \dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2}$ avec $\tau = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C$ 0.25

Solution homogène

$\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{\tau} = 0 \Rightarrow q_h(t) = A e^{-t/\tau}$ 0.5

Solution particulière :

$$\frac{q_p}{\tau} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$$

$q_p = \left(\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2}\right) \cdot \tau = \dfrac{(E_1 \cdot R_2 + E_2 R_1) C}{R_1 + R_2}$ 0.5

$$q(t) = A e^{-t/\tau} + \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 + R_2} \cdot C$$

A ?

à $t=0$ $\quad q(0)=0 \Rightarrow A = -\dfrac{E_1R_2+E_2R_1}{R_1+R_2}\cdot C$ $\quad$ 0.5

d'où : $\boxed{q(t) = \dfrac{E_1R_2+E_2R_1}{R_1+R_2}\cdot C\left[1 - e^{-t/\tau}\right]}$ $\quad$ 1

A.N :

$q = 36\times10^{-5}$

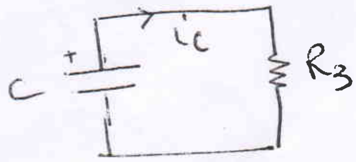
$V_c = 36\times20\times10^{-5}\times10^{-?}$

$\tau = 10^{-2}\,s$ $\quad$ 0.25

$q(t) = 36.10^{-5}\left(1 - e^{-t/10^{-2}}\right)$ $\quad$ 0.25

3- K est maintenant sur la position 2.

$V_c(t)$?



0.5

$V_c = R_3\, i_c$

$\dfrac{q}{C} = -R_3\dfrac{dq}{dt}$ $\quad$ car $i_c = -\dfrac{dq}{dt}$

$\dfrac{q}{C} + R_3\dfrac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow V_c + R_3C\dfrac{dV_c}{dt} = 0$ $\quad$ 0.5

$q = CV$

$\dfrac{dV_c}{V_c} = -\dfrac{dt}{R_3C} \Rightarrow$

$V_c = A\, e^{-\frac{t}{\tau'}}$ $\quad$ 0.5

A ? à $t=0$ $\quad q(0) = 36.10^{-5}\,C \Rightarrow V_c(0) = 18\,V$ $\quad$ 0.5

d'où $V_c(t) = 18\, e^{-t/\tau'}$ (V) $\quad$ 0.5

avec $\tau' = R_3.C = 10^{-2}\,s$ $\quad$ 0.25

$\boxed{V_c(t) = 18\, e^{-t/10^{-2}}}$ $\quad$ 0.5