ESI, 8 Janvier 2011.

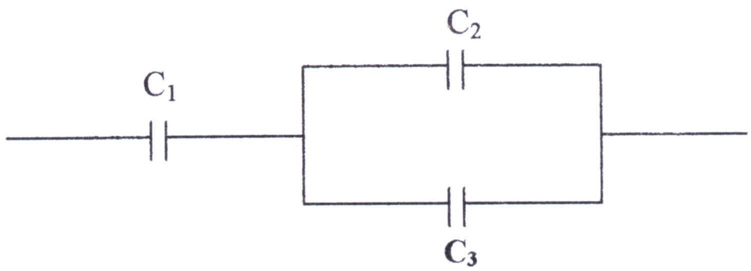
CPI, UEF 1.3 –Electricité.

Contrôle N°01

Durée : 02 heures. **Documents et stylos rouges interdits.**

Exercice N° 01 : (5pts)

On considère le circuit de la figure ci-dessous :

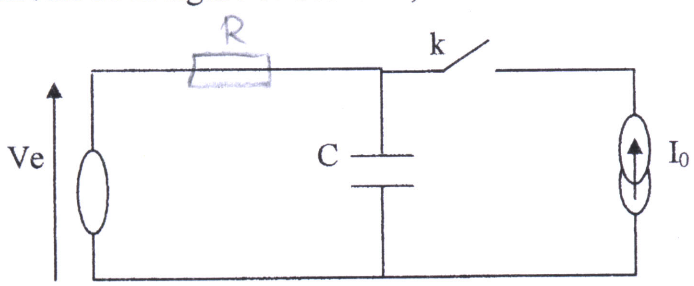


1. Déterminer la capacité équivalente du système.
2. On applique une tension **E** entre les bornes du condensateur équivalent. Calculer la charge accumulée par chaque condensateur.
3. En déduire la ddp aux bornes de chaque condensateur.
4. Calculer l'énergie emmagasinée par le système.

On donne : $C_1 = 5nF$, $C_2 = 3nF$, $C_3 = 2nF$; $E = 120v$.

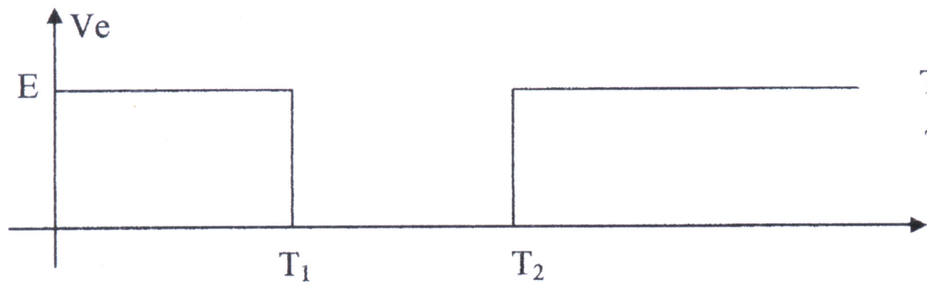
Exercice N° 02 : (9pts)

Soit le circuit de la figure ci-dessous ; où C est initialement vide :



1. On considère que l'interrupteur k est fermé et Ve = +E :
   a) Etablir l'équation différentielle donnant la variation de la charge en fonction du temps.
   b) Déterminer l'expression de la charge q(t).

c) On ouvre l'interrupteur k et la tension d'entrée Ve est maintenant définie par la fonction donnée ci-dessous :



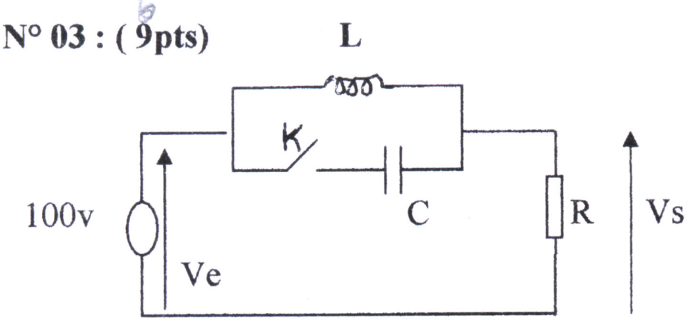
$T_1 >>> 5\tau$

$T_2 >>> T_1$

a) Décrire le fonctionnement du circuit dans les différents intervalles.

b) Donner l'expression de la tension Vc (t) aux bornes de C, puis tracer les variations de cette tension au cours du temps. Justifier votre réponse.

Exercice N° 03 : (9pts)

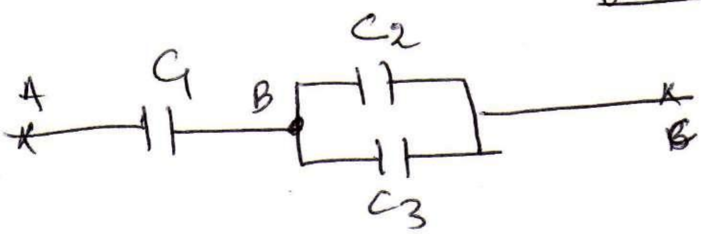


1. Lorsque k est ouvert; déterminer le courant qui traverse le circuit. En déduire la tension aux bornes de R et L.
2. k fermé; Calculer le déphasage du circuit.
3. Pour quelle valeur de w , les tensions Vs et Ve sont en phase.

On donne : C = 0.12µF ; L = 10 mH ; R = 330 Ω, f = 14 khz.

— Ex 1 (5 pts)   Corrigé CTRL 1 - CP 1.

janvier 2011



1°) $\underline{C_{eq} = ?}$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2+C_3} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}} \quad (0,5)$$

$$\boxed{C_{eq} = 2,5\,nF} \quad (0,25)$$

2°) $\underline{q_1 = ?}$ $\underline{q_2 = ?}$ $\underline{q_3 = ?}$

(0,25) $(V_A - V_B) + (V_B - V_C) = E = 120\,V$

(0,5) $\frac{q_1}{C_1} + \left(\frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3}\right) = E \qquad \left(\frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3} = \frac{q_2+q_3}{C_2+C_3} = \frac{q}{C_2+C_3}\right)$

$\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2+C_3} = E \Rightarrow \frac{q}{C_{eq}} = E \Rightarrow \boxed{q = C_{eq} E}$

(0,5) $\ast\ q = C_{eq} \cdot E$

(0,5) $\ast\ q_2 = q \cdot \frac{C_2}{C_2+C_3}$

(0,5) $\ast\ q_3 = q \cdot \frac{C_3}{C_2+C_3}$

AN : $q = 3 \cdot 10^{-7}\,C$; $q_2 = 1,8\,10^{-7}\,C$; $q_3 = 1,2\,10^{-7}\,C$ (0,75)

3°) $V_{AB} = V_{C_1} = \frac{q}{C_1} = 60\,V$ (0,25)

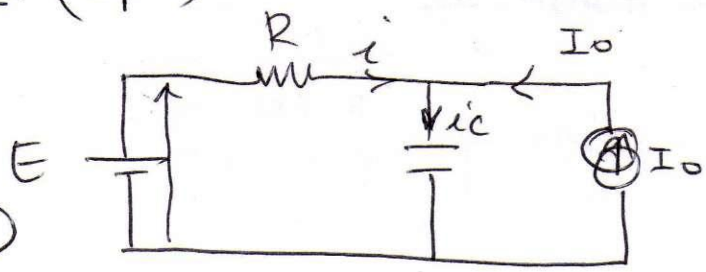
$V_{BC} = V_{C_{23}} = \frac{q_2}{C_2} = 60\,V$ (0,25)

4°) $\mathcal{E}_{eq} = \frac{1}{2} C_{eq} V_{AC}^2 = \frac{1}{2} C_{eq} E^2$ (0,5)

$$\boxed{\mathcal{E}_{eq} = 18 \cdot 10^{-6}\,J} \quad (0,25)$$

Exo 2 : (9pts)

1°)



(0,25)

(0,75)
$$\begin{cases} E - Ri - V_C = 0 \\ i_c = i + I_o \\ i_c = +\dfrac{dq}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E - R(i_c - I_o) - \dfrac{q}{C} = 0 \\ i = i_c - I_o \\ i_c = \dfrac{dq}{dt} \quad ; \ \tau = RC \end{cases}$$

$$\Rightarrow E + RI_o = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \Rightarrow \boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E+RI_o}{R}}$$

(1 pt)

2°)
(0,75)
$$\begin{cases} q = q_h + q_p \\ q_h = k\, e^{-t/\tau} \\ q_p = (E + RI_o)C \end{cases} \Rightarrow q(t) = k\, e^{-t/\tau} + (E+RI_o)C$$

à $t=0 \Rightarrow q(0) = 0$.

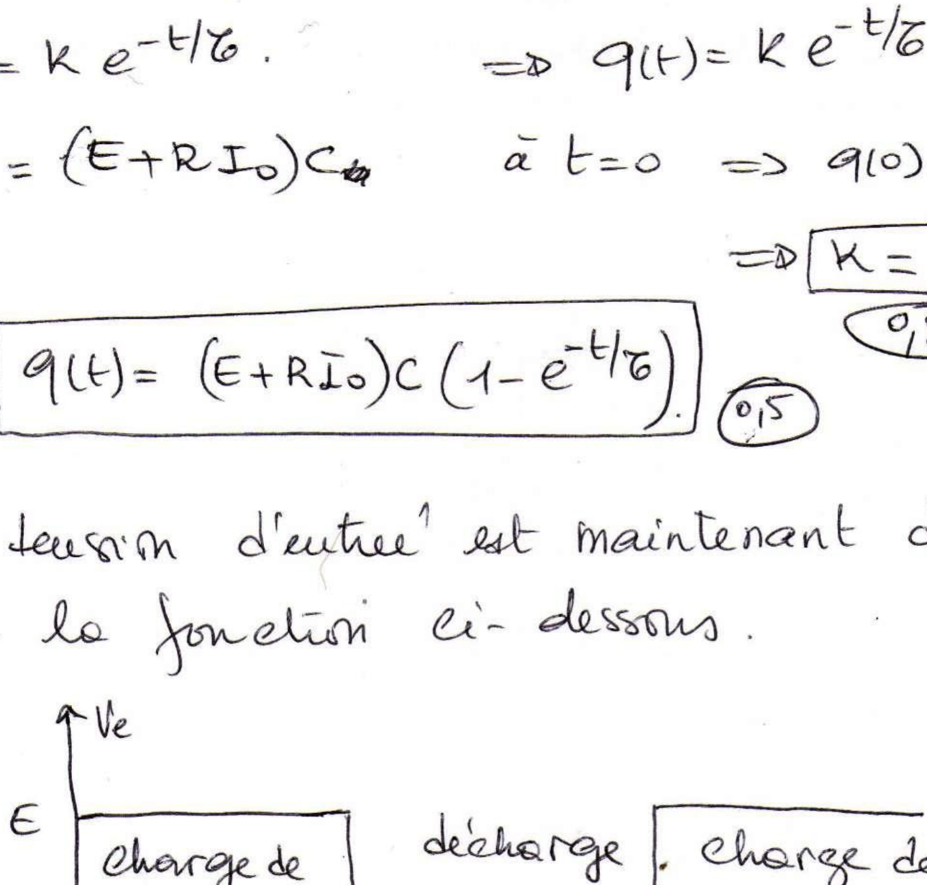
$$\Rightarrow \boxed{k = -(E+RI_o)C}$$

(0,25)

Donc : $\Rightarrow$ $\boxed{q(t) = (E+RI_o)C\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$ (0,5)

3°) la tension d'entrée est maintenant donnée par la fonction ci-dessous.

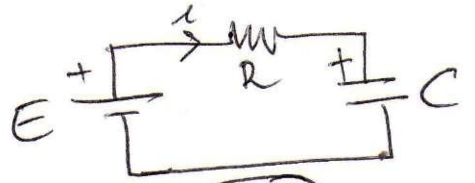
3 étapes de fonctionnement



(1pt)

(2,1)

1°) de $0 \longrightarrow T_1$: le Condensateur se charge.



0,25

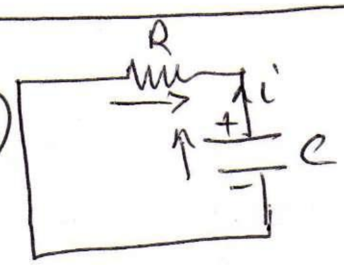
$$q_1(t) = EC\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$V_{c_1}(t) = \frac{q(t)}{C} = \boxed{E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = V_{c_1}(t)}$$

0,5

2°) de $T_1 \longrightarrow T_2$: C se décharge.

0,25



0,5

$$\left.\begin{array}{l} Ri - \dfrac{q}{C} = 0 \\ i = -\dfrac{dq}{dt} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0}$$

Solution : $q_2(t) = K e^{-t/\tau}$

0,5

à $t = T_1$ avec $T_1 >> 5\tau$ on considère donc la charge du Condensateur complète

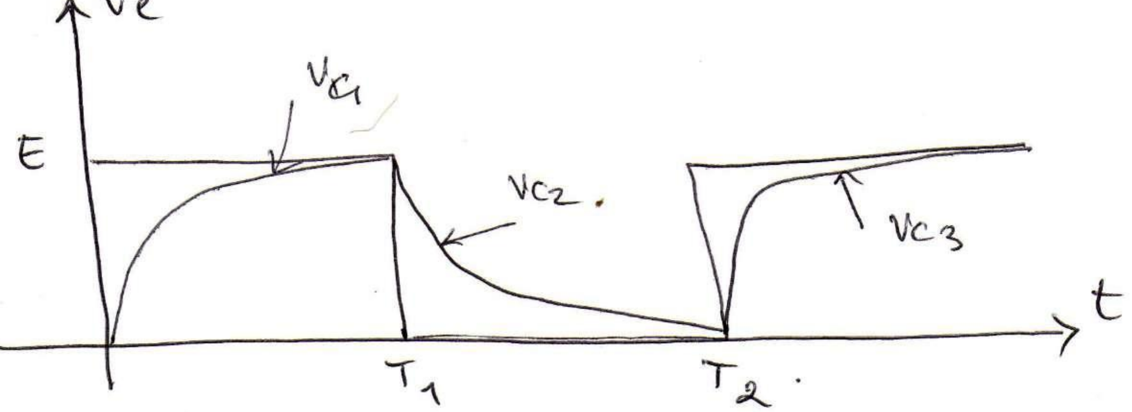
$\Rightarrow$ donc : $\left\{\begin{array}{l} q_1(T_1) = EC \text{ charge finale} \Rightarrow V_{c_1}(T_1) = E. \\ q_2(t) = ECe^{-t/\tau} \Rightarrow \boxed{V_{c_2}(t) = E e^{-t/\tau}} \end{array}\right.$

0,5 0,5

3°) $T_2 \longrightarrow \infty$: le Condensateur, à $t = T_2$ est déchargé complètement. $\Rightarrow$ donc il se charge de nouveau.

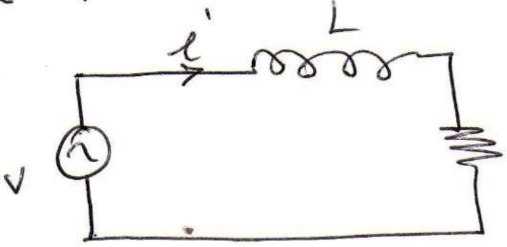
0,5 $\boxed{V_{c_3}(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

1pt



Ex 3 (6 pts)

1°)



0,25 100 V

$\omega = 2\pi f = 87.96\ \text{Krd/s}$

$\omega L = 879{,}6\ \Omega = X_L$

* $\underline{i = \frac{V(t)}{Z} = ?}$ $\quad Z = R_R + Z_L = R + jL\omega$

0,5 $\boxed{Z = 330 + j\,789{,}6 = 939{,}5 \angle 69{,}42°}$

0,5 $I = \frac{V}{Z} = \frac{100 \angle 0°}{939{,}5 \angle 69.42} = 106{,}44\,10^{-3} \angle 69{,}42°$

$= 106.44.10^{-3} \angle -69.42°$

0,25 $\boxed{i(t) = 106{,}44\,10^{-3} \cos(\omega t - 69.42)}$

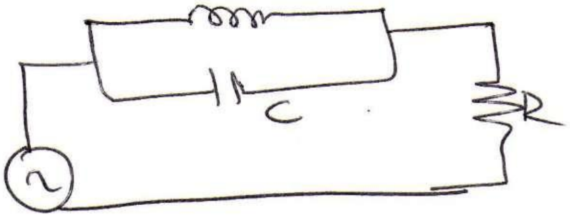
0,5 * $\underline{V_R = ?}$ $\quad V_R = R\,i(t) = 35.12 \cos(\omega t - 69.42)$

* $\underline{V_L = ?}$ $\quad V_L = Z_L\,i(t) \Rightarrow V_L = X_L \angle 90° \cdot (106.44.10^{-3} \angle -69.42°)$

0,5 $\boxed{V_L = 93.62 \angle 20.58°}$

0,25 $\boxed{V_L = 93.62 \cos(\omega t + 20.58°)}$

2°)



0,5 $\varphi = \arg(Z_{eq})$.

$X_C = \frac{1}{C\omega} = 94{,}74\ \Omega$.

0,5 $Z_{LC} = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = -j\frac{X_L X_C}{X_L - X_C} = -j106.2$.

0,25 $Z_{eq} = Z_R + Z_{LC} = 330 - j106.2$. 0,25

0,25 $Z_{eq} = 346.7 \angle -17.85°$ $\Rightarrow$ $\boxed{\varphi = -17.85°}$

3,1

3°) $V_s = R\, i(t)$

$V_e = Z_{eq} \cdot i(t)$

$$\Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{Z_{eq}} \Rightarrow V_s = \frac{R}{Z_{eq}} \cdot V_e$$

(V_s et V_e sont en phase) $\Rightarrow \Im m\left(\frac{R}{Z_{eq}}\right) = 0$.

1pt

$$\Rightarrow \Im m\,(R \cdot Y_{eq}) = 0.$$

$$\Rightarrow \Im m\left[\left(\frac{R^2 (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}{1 + R^2 (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}\right) - j\left[\frac{R(L\omega - \frac{1}{C\omega})}{1 + R^2 (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}\right]\right] = 0$$

$$\Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

0,5