

EMD1 d'ALGORITHMIQUE

Date : samedi 1 décembre 2012

Durée : 3 Heures

DOCUMENTS INTERDITS

EXERCICE

Si vous prenez un nombre entier naturel $N > 1$ et vous calculez la somme de ses diviseurs propres (c'est-à-dire excepté lui-même), et vous refaites la même opération sur ce résultat, vous obtenez une suite aliquote.

Exemple : si $N = 24$ La suite aliquote obtenue est : $N = 24, 36, 55, 17, 1$

Généralement une suite aliquote s'arrête lorsque l'on arrive à 1 (car 1 n'a pas de diviseur propre).

Lorsque le premier élément calculé est égal à 1, N est un nombre premier⁴. Mais ce n'est pas toujours le cas, il arrive que la suite aliquote soit fermée¹ et compte e éléments calculés, dans ce cas, N est ce que l'on appelle un nombre sociable d'ordre e . De plus si l'ordre e est égal à 1, N est un nombre parfait² et si e est égal à 2, N est un nombre amical³.

Travail à Faire :

Rechercher la suite aliquote qui commence par un nombre donné N et détecter le cas où N est premier. Mais aussi, dans le cas où N est sociable il faudra préciser qu'il est sociable et donner son ordre e , et vérifier aussi s'il est parfait ou amical.

Barème : analyse (6pts) , algorithme(8 pts), déroulement avec $N = 36$ (2 pts) , programme (4 pts)

Définitions :

1. Une suite aliquote fermée est une suite dont le dernier élément est égal au premier élément donné de la suite. Son ordre e est égal au nombre d'éléments calculés de la suite (c.à.d. excepté le premier) (exemples 3, 4 et 5)
2. un nombre parfait est un nombre dont la somme des diviseurs propres est égale au nombre lui-même. (exemple 3)
3. deux nombres A et B sont dits amicaux si la somme des diviseurs de A est égale à B et la somme des diviseurs de B est égale à A . exemple 4)
4. un nombre premier est un nombre qui n'accepte comme diviseurs que 1 et lui-même.

Exemple 1 :

donnez $N : 24$
Suite aliquote : 24,36,55,17,1,

Exemple 2 :

donnez $N : 11$
Suite aliquote : 11,1,* N est un nombre premier *

Exemple 3 :

donnez $N : 28$
Suite aliquote : 28,28,* N est sociable et parfait d'ordre 1 *

Exemple 4 :

donnez $N : 220$
Suite aliquote : 220,284,220,* N est sociable et amical d'ordre 2 *

Exemple 5 :

donnez $N : 12496$
Suite aliquote : 12496,14288,15472,14536,14264,12496,* N est sociable d'ordre 5 *



ATTENTION: Votre solution doit **ABSOLUMENT** tenir compte du **formalisme étudié** en cours ! Tout travail non soigné ne pourra en aucun cas avoir la note max. prévue dans le barème !

Alors soignez votre travail et bon courage !

Analyse

- donner N
 - SauveN = N (*on sauvegarde N, car il sera modifié et il faut garder sa valeur initiale*)
 - Ordre = 0 (*ordre va contenir l'ordre de la suite c.à.d. le nombre de ses éléments calculés*)
 - On répète ce qui suit :
 - (*calcul de la somme des diviseurs de N, c.à.d. un élément de la suite aliquote*)
 - Somdiv = 1 (*Somdiv va contenir la somme des diviseurs de N*)
 - On varie $i = 1, 2, 3, \dots, N \text{ div } 2$
 - Si $N \text{ Mod } i = 0$, on rajoute i à Somdiv (*si i est un diviseur de n , on le cumule dans Somdiv*)

 - $N = \text{Somdiv}$ (*la somme des diviseurs donne un nouvel élément de la suite, nouvelle valeur de N*)
 - On écrit N (*l'élément calculé de la suite aliquote*)
 - Ordre = ordre + 1 (*on incrémente le nombre des éléments de la suite*)
- Jusqu'à ce que $(N = 1)$ Ou $(N = \text{SauveN})$ (*soit la suite se termine par un 1, soit l'élément calculé est égal au premier Cf. Définitions*)
- Si $N=1$ (*la suite se termine par 1*)
 - Si ordre = 1, N est un nombre premier (*la suite contient 1 seul élément calculé*)
 - Si $N = \text{sauveN}$, N est un nombre sociable (*le dernier élément de la suite est égal au premier*)
 - Si ordre = 1, N est parfait et son ordre est 1 (*car il n'y a qu'un seul élément calculé*)
 - Si ordre = 2, N est amical et son ordre est 2 (*car il y a 2 éléments calculés*)
 - Si (ordre $\diamond >$ 1) ET (Ordre $\diamond <$ 2), N est un nombre social d'ordre Ordre (*N n'est ni parfait ni amical*)

Algorithmme

Algorithme e11213

Variables n, ordre, sauveN, somdiv, i : entier

DEBUT

Ecrire ('donnez N :')

Lire (N)

Ecrire ('Suite aliquote : ', N, ',')

sauveN \leftarrow N

ordre \leftarrow 0

Répéter

 Somdiv \leftarrow 1

 Pour I Allant de 2 à N div 2 Faire

 Si $N \text{ mod } i=0$ Alors Somdiv \leftarrow somdiv + i

 N \leftarrow somdiv

 Ecrire (N, ',')

 Ordre \leftarrow ordre+1

jusqu'à (n = 1) OU (n = sauveN)

Si n=1 Alors

 Si ordre = 1 Alors Ecrire ('*N est un nombre premier *')

Sinon Si n = sauveN Alors

 Dsi

 Ecrire ('*N est sociable')

 Si ordre = 1 Alors Ecrire ('et parfait d''ordre ', ordre, ' *')

 Sinon Si ordre = 2 Alors Ecrire ('et amical d''ordre ', ordre, ' *')

 Sinon Ecrire ('d''ordre ', ordre, ' *')

 Fsi

FIN

DEROULEMENT POUR N = 36

N	Ordre	SauveN	Somdiv	i
36	0	36	1	
			3	2
			6	3
			10	4
				5
			16	6
				.
			25	9
				.
			37	12
				.
			55	18
	1			
55			1	
				2
				3
				.
			6	5
				.
			17	11
				.
				28
		2		
17			1	2
				.
				17
		3		
1				

```

program e11213;
uses crt;
var N, ordre,sauveN, somdiv, i:longint;
BEGIN
clrscr;
textcolor(15);
write('donnez N :');
readln(N);
write('Suite aliquote : ', N,',');
sauveN:= N ;
ordre :=0;
repeat
  somdiv:=1;
  for i:=2 to N div 2 do
    if N mod i=0 then
      somdiv:=somdiv + i;
  N:= somdiv;
  write(N,',');
  ordre:= ordre+1;
until (n = 1) or (n = sauveN);
if n=1 then
  begin
    if ordre = 1 then write ('*N est un nombre premier *');
  end
else if n = sauveN then
  BEGIN
  write ('*N est sociable ');
  if ordre =1 then write ('et parfait d''ordre ',ordre,' *')
  else if ordre =2 then write ('et amical d''ordre ',ordre,' *')
  else write ('d''ordre ', ordre,' *');
  END;
readln;
end.

```

BAREME

ANALYSE		ALGORITHME		DEROULEMENT		PROGRAMME
Structuration, clarté, précision, concision, soin	2 pt	Respect du formalisme, présentation	1 pt	Objets utilisés dans le tableau identiques aux déclarations	1/4	- 0.25 pt par erreur de programmation 8 erreurs = 0
Recherche de la somme des diviseurs	1.5 pt		2 pt	N doit contenir les divers éléments de la suite	1	Tout programme qui n'aura pas un lien direct avec le problème posé et l'algorithme proposé ne sera pas pris en considération
Ecriture d'un élément de la suite	1/4 pt.		1/2	Calcul de la somme des diviseurs correct (diverses valeurs de somdiv et de i)	1/2	
Calcul de l'ordre	1/4 pt.		1/2	Calcul correct de l'ordre	1/4	
Test de fin de la boucle	1 pt		1	Toute forme de déroulement autre qu'un tableau et tout commentaire inutile ne sera pas pris en considération		
Utilisation d'une Alternative des écritures			1			
Nombre premier	1/4 pt		1/2			
Nombre parfait	1/4 pt		1/2			
Nombre amical	1/4 pt		1/2			
Autre	1/4 pt		1/2			
TOTAL	6 pts		8 pts		2 pts	4 pts