

التمرين الأول : 5 نقط

أذكر صحة أو خطأ الجمل التالية مع التبرير

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y' + 2y = e^{-x} \sin x$

$f(x) = -\frac{1}{2}e^{-x}(\cos x - \sin x)$ كما يلي دالة معرفة على \mathbb{R}

1. f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ومن أجل كل x من \mathbb{R} $f'(x) = e^{-x} \cos x$
2. من أجل كل عدد طبيعي n $\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} f'(x) dx = \frac{(-1)^n}{2} e^{-n\pi} (e^{-\pi} + 1)$
3. المعادلة (E) تقبل حل وحيد f تتعدم عند الصفر
4. إذا كانت الدالة g حل للمعادلة (E) فإن بيان الدالة g يقبل عند النقطة ذات الفاصلة صفر مماس معادلته : $y = (1 - 2x)g(0)$

التمرين الثاني : 10.5 نقط

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

n عدد طبيعي و f_n دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}}$

(C_n) بيان الدالة f_n

1. ادرس تغيرات الدالة f_0

2) حدد المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_0) بيان الدالة f_0

3) أوجد معادلة المماس (T_0) للمنحنى (C_0) عند النقطة ذات الفاصلة صفر

4) ارسمي المماس (T_0) و المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_0)

(5) (a) أوجد العدد الحقيقي μ بحيث من أجل كل x من \mathbb{R} : $f_1(x) - f_0(-x) = \mu$

(b) استنتج تحويل نقطي بسيط يسمح بإنشاء (C_1) انطلاقاً من (C_0)

(c) ارسمي (C_1) في المستوى السابق المنسوب الى نفس المعلم $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كما يلي : $u_n = \int_0^1 f_n(x) dx$

1. || تحقق من أن : $u_0 + u_1 = 1$ ثم احسب u_1

2) n عدد طبيعي غير معوم احسب I حيث : $I = \int_0^1 e^{-nx} dx$

تحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n غير معوم : $u_{n+1} + u_n = \frac{1-e^{-n}}{n}$

3) n عدد طبيعي و x عدد حقيقي من المجال $[0; 1]$

(a) عين إشارة : $f_{n+1}(x) - f_n(x)$ استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(b) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

(c) استنتج تقارب المتتالية (u_n) ثم عين نهايتها

التمرين الثالث 4.5: نقط

n عدد طبيعي غير معوم يرمز بالرمز $n!$ الى جداء الأعداد الطبيعية المتتابعة من 1 الى n ونكتب

$$2.1 \dots (n-2)(n-1)n = n! : \text{نقبل أن } 0! = 1$$

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي k غير معوم يختلف عن 1 : $k! \geq 2^{k-1}$

2. (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كما يلي

$$u_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة