ECOLE SUPERIEURE DE BANQUE — المدرسـة العليـا للمصرفـة

Concours d'Accès à l'Ecole Supérieure de Banque — مسابقة الدخول للمدرسة العليا للمصرفة

Brevet Supérieur de Banque — الأهلية العليا للمصرفة

Session 2014 دورة

Matière :Mathématique Durée :2h — المدة/المادة : رياضيات :2 سا

التمرين الاول : (07.5 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}\ (e^{-x} + e^{x})$

حيث e اساس اللوغاريتمات النيبيرية.

و ليكن (C) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1. أحسب نهايات الدالة f .
2. أحسب الدالة المشتقة f' و شكل جدول تغيرات f .
3. أحسب $f(-2)$ و $f(2)$ و ارسم (C_f) .
4. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(2x) = 2(f(x))^2 - 1$.
5. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(2x) - 6f(x) + 5 = 0$.

التمرين الثاني : (06 ن)

نعرف متتالية (U_n) على $\mathbb{N}$ بالشكل : $U_{n+1} = \frac{4U_n - 2}{U_n + 1}$ و $U_0 = \alpha$

1. هل يوجد عدد حقيقي α يجعل المتتالية (U_n) ثابتة ؟
2. نعتبر في كل ما يأتي : $U_0 = 3$

أ- برهن أنه لكل عدد طبيعي فإن : $U_n > 1$

ب-تعرف المتتالية (V_n) على $\mathbb{N}$ بالشكل : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n - 1}$

ج- برهن أن (V_n) متتالية هندسية ، عين أساسها و حدها الأول .

د- أحسب $\lim_{n\to+\infty} V_n$ و استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة و عين نهايتها .

التمرين الثالث : (06.5 ن)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ بالشكل :

$g(x) = -x^2 + ax - \ln(2x + b)$ حيث b, a عدادان حقيقيان .

نعتبر (C_g) منحنى الدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- احسب a و b علما أن المنحنى (C_g) يمر من المبدأ O و يقبل مماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f القابلة للاشتقاق على المجال $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ بحيث :

$$f(x) = -x^2 + 2x - \ln(2x+1)$$

يعطى جدول تغيرات الدالة f بالشكل :

x	$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{3}{4} - \ln 2$	$\searrow$	$-\infty$

1. فسر كل المعطيات الواردة في الجدول السابق .
2. بين أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α من المجال $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.
3. عين اشارة $f(x)$ في المجال $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$. ما هو عدد واشارة حلول المعادلة: $f(x) = 0$