Concours d'Accès à l'Ecole Supérieure de Banque
مسابقة الدخول للمدرسة العليا للمصرفة

Diplôme Supérieur des Etudes Bancaires
الشهادة العليا للدراسات المصرفية

Session 2013 دورة

Matière : Mathématique Durée :3h
المادة : رياضيات المدة :3 سا

التمرين الأول : (06 ن)

نعتبر المتتالية (U_n) ذات الحدود الموجبة المعرفة بالعلاقة :
$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ (U_{n+1})^2 = 4\,U_n \end{cases}$$

1. أحسب الحدود الخمسة الأولى للمتتالية (U_n). و ضع النتائج على الشكل 2^{α} .
2. نعتبر المتتالية (V_n) حيث : $V_n = \ln U_n - \ln 4$
   أ) - برهن أن (V_n) متتالية هندسية ، ثم عين حدها الأول و أساسها .
   ب) - عبر عن Vn بدلالة n .
   جـ) - استنتج عبارة U_n بدلالة n و احسب : $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
3. أحسب : $\lim_{n\to+\infty} \sum_{i=1}^{n} V_i$.
   - هل يوجد حد من المتتالية (V_n) قيمته $-\ln 16$ ؟

التمرين الثاني : (07 ن)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x) = e^x + x + 1$

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. عين $\lim_{x\to-\infty}(g(x) - x - 1)$. و فسر النتيجة بيانيا .
3. بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α في المجال $]-1.3\ ;\ -1.2[$
   ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
4. أنشئ (C_g) منحنى الدالة g في معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = \dfrac{x.e^x}{e^x + 1}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x) = \dfrac{e^x.g(x)}{(e^x+1)^2}$ ، ثم ادرس
   اتجاه التغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن : $f(\alpha) = \alpha + 1$. ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3. عين معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) .

4. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

5. أ_ أدرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ب_ ارسم (C_f) ، (D) ، (Δ) .

III. نعتبر الدالة h المعرفة بالعلاقة : $h(x) = f(-x)$ على $\mathbb{R}$.

1. أحسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة h و شكل جدول تغيراتها .

<u>التمرين الثالث :</u> (07 ن)

m عدد حقيقي موجب تماما .

f_m الدالة العددية المعرفة على المجال $I = [0, +\infty[$ بالشكل :

$$f_m(x) = -x + \ln(e^x + mx)$$

(C_m) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1. برهن أنه من أجل كل غدد حقيقي x من المجال I فإن :

$$f_m(x) = \ln(1 + m\frac{x}{e^x})$$

2. استنتج $\lim_{x \to +\infty} f_m(x)$ و فسر بيانيا النتيجة .

3. أحسب $f'_m(x)$ عبارة الدالة المشتقة للدالة f_m و حدد إشارتها .

4. شكل جدول تغيرات الدالة f_m .

5. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I فإن :

$$f_m(x) \leq \frac{m}{e} .$$

6. أوجد معادلة للمماس (T_m) للمنحنى (C_m) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

7. a و b عددان حقيقيان موجبان . أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_a) و (C_b)

8. أنشئ بدقة المنحنيين (C_1) و (C_2) .