EPST Oran **Année 2011/12**

Unité : Mécanique Rationnelle I

Devoir de Synthèse (3 Heures)

Cours : **(3 pts)** ***1- Torseurs***

(a)- Donner la définition d'un torseur
(b)- Citer quatre torseurs communs
(c)- Expliquer comment additionner deux torseurs
(d)- Citer les grandeurs invariantes des torseurs

2 – Cinématique

(a) - Ecrire la loi de la composition des vitesses d'un point
(b)- Ecrire la loi de la distribution des vitesses de deux points d'un corps solide.

Exercice n°1 : (3 pts)

Soient deux torseurs $[T_1]_{/A} = \begin{cases} \vec{R}_1 = (1,4,-3) \\ \vec{M}(\vec{R}_1)_{/A} = (1,1,-4) \end{cases}$ et $[T_2]_{/A} = \begin{cases} \vec{R}_2 = (2,1,2) \\ \vec{M}(\vec{R}_2)_{/A} = (-2,0,-3) \end{cases}$.

(a)- Calculer le torseur somme par rapport au point **B** tel que $\overrightarrow{AB} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.
(**b)-** Calculer le produit entre les deux torseurs.

Exercice n°2 : (10 pts)

1/- On se propose d'étudier le barycentre d'un objet solide (**S**) de forme Conique plein de masse $\mathbf{m_1}$, de rayon $\mathbf{R_1}$, de Hauteur $\mathbf{H_1}$ et de masse volumique λ dont on a Enlevé une partie cylindrique de rayon $\mathbf{R_2}$, et de Hauteur $\mathbf{H_2}$ comme l'indique la figure 1.

(a)- Trouver le barycentre d'un cône de caractéristiques {**m, R, H, λ**}.
(b)- Trouver la position du le barycentre d'un cylindre de caractéristiques {**m', R', H', λ'**}.
(c)- En déduire le barycentre de l'objet (**S**).

2/- on se propose d'étudier le tenseur d'inertie du cône {**m, R, H, λ**}.

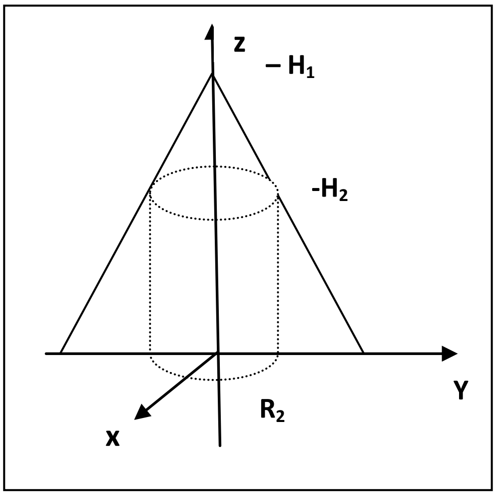
(a) Calculer les intégrales suivantes :

$$J_{XX} = \int_{cone} x^2 dm \quad ; J_{XX} = \int_{cone} y^2 dm \; ; J_{ZZ} = \int_{cone} z^2\, dm \; ;$$

$$J_{xy} = \int_{(cone)} xydm; \; J_{xz} = \int_{(cone)} xzdm \quad et J_{yz} = \int_{(cone)} yzdm$$

(b)-en déduire le tenseur du cône

3/- Comment peut-on déduire le tenseur d'inertie de l'objet (**S**), connaissant les tenseurs du Cône et du cylindre ?



La figure 1

Exercice n°3 : (4pts)

Trouver les moments d'inertie propres et axes principaux d'un objet (S) dont le tenseur d'inertie par rapport au système d'axe OXYZ est donné par :

$$II_{10}=\begin{bmatrix} \frac{mb^2}{3} & -\frac{mba}{4} & 0 \\ -\frac{mba}{4} & \frac{ma^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m(a^2+b^2)}{3} \end{bmatrix}$$