École Préparatoire en Sciences et Techniques d'Oran
Module Phy004 : Electromagnétisme & Optique Physique
Année universitaire 2011 / 2012
03/05/2012 – Semestre 2 – Devoir surveillé – Durée 1H30
Ondes électromagnétiques - État de polarisation - Le plasma

L'USAGE DES CALCULATRICES EST ADMIS, AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISÉ
LES QUESTIONS À L'ENSEIGNANT NE SONT PAS AUTORISÉES

I. Onde électromagnétique dans le vide :

L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé direct $Oxyz$ de vecteurs unitaire $\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}$. Une onde plane progressive se propage dans le vide suivant la direction $\vec{u}$ du plan xOy faisant avec l'axe $\overrightarrow{ox}$ l'angle α. Cette onde est polarisée, son champ électrique étant parallèle à Oz sous la forme:

$$\vec{E} = E_0 \, \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r}) \, \overrightarrow{u_z}$$

1. Ecrire les composantes du vecteur d'onde $\vec{k}$.
2. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$. Quel est la structure de l'onde?
3. Calculer la densité volumique d'énergie électromagnétique $\frac{dW_{em}(M,t)}{d\tau}$ et sa valeur moyenne $\langle\frac{dW_{em}(M,t)}{d\tau}\rangle$.
4. Déterminer les composantes du vecteur de Poynting $\vec{R}(M,t)$, son module et sa valeur moyenne $\langle\vec{R}(M,t)\rangle$?

II. Concours Centrale-Supélec PC 2003 : États de polarisation des ondes électromagnétiques :

On définit l'état de polarisation d'une onde électromagnétique à partir de l'évolution temporelle du champ électrique $\vec{E}$ en un point M donné.

1. Donner l'expression générale du champ électrique d'une onde plane, progressive, harmonique, polarisée rectilignement dans une direction quelconque et qui se propage dans le sens des z croissants, dans un milieu assimilé au vide.
2. Donner l'expression générale du champ électrique d'une onde plane, progressive, harmonique, polarisée elliptiquement, qui se propage dans le sens des z croissants.
3. Déterminer le sens de la polarisation (gauche ou droite) de l'onde dont le champ électrique s'écrit : $\vec{E}(M,t) = E_{0x}\cos(\omega t - kz)\,\overrightarrow{e_x} + E_{0y}\cos(\omega t - kz + \frac{\pi}{6})\,\overrightarrow{e_y}$.
   On expliquera soigneusement le raisonnement en supposant E_{0x} et E_{0y} réels positifs.
4. A quelle(s)conditions(s)une onde est–elle polarisée circulairement ?
5. Expliquer pourquoi la lumière émise par une source classique n'est pas polarisée (on l'appellera « lumière naturelle »).

III. **Université LOUIS PASTEUR STRASBOURG I (session 2003) : Étude d'un plasma :**

L'espace est rapporté au référentiel orthonormé $Oxyz$. Considérons un plasma (système globalement neutre) formé d'électron de masse m , de charge électrique $(-e)$ se déplaçant à une vitesse $\vec{v}$ $(v \ll c)$ et d'ions supposés fixes. Ce système est traversé en permanence par un champ électromagnétique caractérisé par des ondes planes progressives $\vec{E}$ et $\vec{B}$ se propageant dans le sens des z. $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont définis par :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \exp(\mathrm{i}(kz - \omega t))$$
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \exp(\mathrm{i}(kz - \omega t))$$

où k décrit le module du vecteur d'onde $\vec{k} = k\overrightarrow{u_z}$ et ω la pulsation de l'onde.

1. Montrer que les équations locales de Maxwell-Ampère et Maxwell-Faraday s'écrivent en notation complexe sous la forme :
$$i\vec{k} \wedge \vec{B}(\vec{r},t) = \mu_0 \vec{j}(\vec{r},t) - i\omega\varepsilon_0\mu_0\vec{E}(\vec{r},t)$$
$$i\vec{k} \wedge \vec{E}(\vec{r},t) = i\omega\vec{B}(\vec{r},t)$$

2. A partir de l'équation de Maxwell-Gauss, montrer que $\vec{E}$ est orthogonal à $\vec{k}$. Montrer alors que les vecteurs $\vec{j}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et déterminer la conductivité plasma définie par :
$$\vec{j}(\vec{r},t) = \sigma\vec{E}(\vec{r},t)$$

3. Déduire de la question précédente que la densité de courant $\vec{j}$ est elle-même une onde plane progressive prenant la forme :
$$\vec{j}(\vec{r},t) = \vec{j}_0 \exp(\mathrm{i}(kz - \omega t))$$

   A partir de la première équation de la question précédente 1, montrer alors que $\vec{j}_0$ s'écrit sous la forme :
$$\vec{j}_0 = i\left(\frac{\vec{k} \wedge \vec{B}_0}{\mu_0} + \omega\varepsilon_0\vec{E}_0\right)$$

4. Montrer que $\vec{j}$ est orthogonal à $\vec{k}$ et exprimer le champ magnétique $\vec{B}$ en fonction du champ électrique $\vec{E}$, $\vec{k}$, ω .

5. Ecrire l'équation du mouvement de l'électron en présence du champ électrique (on supposera que l'effet du champ magnétique est négligeable) et montrer que la vitesse s'écrit en notation complexe :
$$\vec{v} = -i\frac{e\vec{E}(\vec{r},t)}{m\omega}$$

6. En déduire une nouvelle expression de la densité de courant sachant que $\vec{j}(\vec{r},t) = -ne\vec{v}(\vec{r},t)$ et déterminer une nouvelle expression de σ.

7. Evaluer σ pour $n = 10^{20}\ \mathrm{m}^{-3}$, $\omega = 10^{14}\ \mathrm{rad.s}^{-1}$, $e = 1.6 \times 10^{-19}\mathrm{C}$, $m = 9 \times 10^{-31}\mathrm{kg}$.

FIN DU SUJET