

Ecole Préparatoire en Sciences et Techniques d'Oran

1^{ère} année

2011/ 2012

Durée : 1h 45mn

Devoir surveillé n°1 de probabilité

Exercice1 : (Sur 4 points)

Soient A et B deux évènements tels que : $P(A)=0.30$; $P(B)=0.40$ et $P(A \cap B) =0.15$.

Calculer : $P(\bar{A} \cap B)$, $P(A/B)$, $P(B/A)$, $P(A/A \cup B)$, $P(B/A \cap B)$, $P(B/\bar{A})$, $P(\bar{A}/B)$ et $P(\bar{B}/B)$.

Exercice2 : (Sur 3 points)

Soient A et B deux évènements définis sur le même espace Ω et tels que : $P(A)=0.5$ et $P(A \cup B)=0.7$.

Trouver $P(B)$ quand :

1. Les évènements A et B sont incompatibles.
2. Les évènements A et B sont indépendants.
3. $P(A/B)=0.5$.

Exercice3 : (Sur 6 points)

Une urne contient 10 boules parmi lesquelles 3 sont rouges, 4 sont jaunes, 1 est verte et 2 sont blanches. Les boules rouges, jaunes, verte et blanches sont marquées de 2, 5, 10 et 20 points respectivement.

Trouver la probabilité qu'en tirant 2 boules sans remise, on obtienne :

1. Sept points.
2. Au moins sept points.
3. Une boule ayant plus de dix points et une boule ayant moins de dix points.

Exercice4 : (Sur 7 points)

On considère deux urnes telles que U1 contient 2 boules blanches et 1 boule noire et U2 contient 1 boule blanche et 5 noires. On tire une boule de l'urne U1 et on l'introduit dans l'urne U2. On extrait ensuite une boule de l'urne U2.

1. Calculer la probabilité pour que la boule tirée de l'urne U2 soit blanche.
2. Sachant que la boule tirée de U2 est blanche, trouver la probabilité pour que la boule tirée de U1 soit noire.

Corrige devoir surveillé n°01(1 année) 2011/2012

Exercices 1 : (sur 04 pts)

$P(B) = P(B \cap \Omega) = P(B \cap (A \cup \bar{A})) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$ alors :

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(B \cap A) = 0,40 - 0,15 = 0,25$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0,15/0,40 = 3/8 = 0,375$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = 0,15/0,30 = 1/2 = 0,5$$

$$P(A/A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0,30}{0,30 + 0,4 - 0,15} = \frac{6}{11} = 0,541$$

$$P(B/A \cap B) = \frac{P(B \cap (A \cap B))}{P(A \cap B)} = \frac{P(B \cap A)}{P(A \cap B)} = 1$$

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,25}{1 - 0,30} = \frac{5}{14} = 0,357$$

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,25}{0,40} = \frac{5}{8} = 0,625$$

$$P(\bar{B}/B) = \frac{P(\bar{B} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\emptyset)}{P(B)} = 0$$

Exercice 2 : (sur 03 pts)

1/ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (car A et B sont incompatibles) alors :

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) = 0,7 - 0,5 = 0,2$$

2/ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ (Car A et B sont indépendants) alors:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\text{D'où : } P(B) = \frac{P(A \cup B) - P(A)}{P(A)} = \frac{0,7 - 0,5}{0,5} = 0,4$$

3/ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(B)P(A/B)$

$$\text{D'où : } P(B) = \frac{P(A \cup B) - P(A)}{1 - P(A/B)} = \frac{0,7 - 0,5}{1 - 0,5} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$$

Exercices 3 :

1/ la probabilité d'obtenir sept points est la probabilité que parmi les 2 boules tirées, l'une soit rouge et l'autre jaune ; on définit l'événement :

A : obtenir sept points :

$$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{4}{15} = 0,267$$

2/ soit l'événement :

B: « obtenir ou moins sept point ».

Calculons $P(\bar{B})$ = probabilité d'obtenir moins de 7 pts
= probabilité d'avoir 2 boules rouges

$$P(\bar{B}) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} = 0,067$$

D'où : $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0,93$

3/ soit l'événement :

C: « obtenir une boule ayant plus de 10 points et une boule ayant moins de 10 points »

$P(c)$ = probabilité d'obtenir (une boule blanche et une boule rouge) ou (une boule blanche et une boule jaune)

$$P(c) = \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^2} + \frac{C_4^1 \times C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{14}{45} = 0,31$$

Exercices 4 : (sur 7 points)

On définit les événements :

B : « La boule tirée de l'urne U_2 est blanche »

A_1 : « la boule tirée de urne U_1 est blanche »

A_2 : « la boule tirée de l'urne U_1 est noire »

$$P(A_1) = \frac{2}{3} \quad , \quad P(A_2) = \frac{1}{3}$$

$$P(B/A_1) = \frac{2}{7} \quad , \quad P(B/A_2) = \frac{1}{7}$$

1/ la probabilité pour que la boule tirée de U_2 soit blanche est :

$$P(B) = P(A_1) P(B/A_1) + P(A_2) P(B/A_2)$$

$$= \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{7} \right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{7} \right) = \frac{5}{21} = 0,238$$

2/ la probabilité pour que la boule tirée de U_1 soit noire, sachant que la boule tirée de U_2 est blanche est :

$$P(A_2/B) = \frac{P(A_2 \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_2) P(B/A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{7}}{\frac{5}{21}} = \frac{1}{5} = 0,2$$