

2^{ème} Epreuve de Probabilités

Exercice 1 :

Tous les jours, une personne A parcourt le même trajet de 40 km pour se rendre à son travail. Sa vitesse est une variable aléatoire V qui dépend des conditions météorologiques et de la circulation. Sa densité est de la forme :

$$f_V(x) = \begin{cases} c x e^{(-\lambda x)} & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La personne A roule à une vitesse moyenne de 80 km/h.

1. Déterminer les valeurs de C et λ . Reconnaître la loi de V . En déduire $E(V)$ et $Var(V)$.
2. La durée du trajet est décrite par la variable $T = \frac{40}{V}$.
Déterminer la densité ainsi que l'espérance mathématique de T .
3. Sur la route empruntée par A où la vitesse est limitée à 80 km/H, un radar mesure la vitesse de toutes les automobiles. Quelle est la probabilité pour que A paye une amende pour excès de vitesse ?
4. On pose $U = 2 \lambda V$.
 - a) Déterminer la densité de la variable aléatoire U . De quelle loi usuelle s'agit-il ?
 - b) Déterminer x tel que $P(U \geq x) = 0,01$.

Exercice 2 :

- I. Soit X une variable aléatoire de loi Normale de moyenne m de variance σ^2 .
Trouver la loi de la variable aléatoire $Y = \frac{X-m}{\sigma}$.
- II. On observe que le taux de Cholestérol X est une variable aléatoire qui suit la loi Normale de moyenne m et de variance σ^2 . Sur un grand nombre de personnes, on a obtenu les résultats suivants :
 - 58% de personnes ont un taux inférieur à 165 cg.
 - 4% de personnes ont un taux supérieur à 180 cg.
 - 1) Quelle est la moyenne et la variance de la distribution du taux de Cholestérol ?
 - 2) On admet qu'un traitement est nécessaire si le taux de Cholestérol est supérieur à 185 cg.
Soit N le nombre de personnes à traiter parmi 100 000.
 - a) Quelle est la loi de N ? Justifiez votre réponse.
 - b) Peut-on approximer la loi de N par une loi continue usuelle ? Si Oui, c'est laquelle ? Justifiez votre réponse.
 - c) Déterminer un nombre k tel que la probabilité pour que le nombre de personnes à traiter ne dépasse pas k soit supérieur à 0,95.