**Ecole Préparatoire En Sciences Economiques, Commerciales Et Sciences De Gestion de Draria**

*ANNEE 2010-2011*
*1ère Année*
*7 juin 2011*
*durée : 2 heures*

### *EPREUVE D'ALGEBRE DU $2^{ieme}$ SEMESTRE*

## EXERCICE 1 (5,5 pts=1+4,5)

1. *Déterminer les racines carrées de* $-3-4i$ .
2. *Résoudre dans l'ensemble* $\mathbb{C}$ *des nombres complexes l'équation :*

$$z^4-(5-14i)z^2-2(5i+12)=0$$

## EXERCICE 2 (5,5 pts=2,5+1,5+1,5)

*Déterminer les constantes* $a$ *et* $b$ *pour que le polynôme*

$$P(x)=ax^4+bx^3+1$$

*soit divisible par* $(x+1)^2$.*Résoudre alors l'équation* $ax^4+bx^3+1=0$.

## EXERCICE 3 (6 pts=1,5+1+1+2,5)

*Soit les polynômes suivant :*

$$P(x)=x^5-3x^4+x^2+x-1 \quad et \quad Q(x)=x^4-x^3-5x^2-x-6$$

1. *Montrer qu'il existe* $T(x)\in\mathbb{R}[x]$ *telque que* $Q(x)=T(x)(x^2+1)$.
2. *Effectuer la division euclidienne de* $P(x)$ *par* $Q(x)$ .
3. *On considère la fraction rationnelle* $R(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$.*Montrer qu'ils existent deux nombres réels* $\alpha$ *et* $\beta$,*et un polynôme* $V(x)\in\mathbb{R}[x]$ *tels que*

$$R(x)=\alpha x+\beta+\frac{V(x)}{Q(x)}$$

4. *Décomposer en éléments simples dans* $\mathbb{R}[x]$ *la fraction rationnelle* $\frac{V(x)}{Q(x)}$.

## EXERCICE 4 (3 pts=1+1+1)

*Soit la matrice suivante :*

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. *Vérifier que* $A^2-3A+2I=0$ .
2. *Déterminer l'inverse* $A^{-1}$ *de* $A$, *ainsi que sa valeur explicite.*